



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Inovace studijního oboru Geotechnika

Reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0009

Metoda konečných prvků – Obecný postup metody (výuková prezentace pro 1. ročník navazujícího studijního oboru Geotechnika)

Doc. RNDr. Eva Hruběšová, Ph.D.

OBECNÝ POSTUP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ(1.část)

- 1) rozdělení kontinua na určitý počet konečných podoblastí (tzv. konečných prvků) – diskretizace oblasti, prvky jsou navzájem spojeny diskrétním počtem uzlů na hranici; hodnoty hledané funkce (např. posunutí) v těchto uzlech (uzlové parametry) jsou základními neznámými úlohy
- 2) volba aproximační funkce definující jednoznačně stav posunutí uvnitř každého konečného prvku

OBECNÝ POSTUP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ(2.část)

- 3) vyjádření poměrných přetvoření a posunů na prvku pomocí uzlových parametrů a příslušných báзовých funkcí(metoda využívá speciálních báзовých funkcí s tzv. malým nosičem- důsledkem je pásovost matice tuhosti, kdy nenulové prvky jsou soustředěny pouze v páse kolem hlavní diagonály)
- 4) vyjádření složek napětí na prvku pomocí uzlových parametrů
- 5) vyjádření funkcionálu potenciální energie prvku pomocí uzlových parametrů prvku, stanovení lokálních matic tuhosti prvků

OBECNÝ POSTUP METODY KONEČNÝCH PRVKŮ(3.část)

- 6) sestavení celkové matice tuhosti K oblasti pomocí lokálních matic tuhosti prvků, sestavení výsledné soustavy rovnic
- 7) řešení výsledné soustavy rovnic pro neznámé uzlové parametry(např. posuny) a vektor známých sil f (síly od vlastní tíhy, vnějšího přetížení apod.)

$$K \vec{u} = \vec{f}$$

- 8) stanovení napětí na základě stanovených posunutí

diskretizace oblasti $\longrightarrow$ analýza prvku $\longrightarrow$ analýza celé oblasti

DISKRETIZACE OBLASTI

Diskretizace oblasti představuje vytvoření tzv. **sítě konečných prvků**, která geometricky co nejlépe pokrývá oblast, na které hledáme řešení.

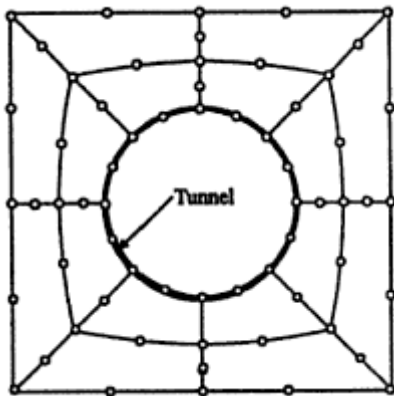
Prvky jsou navzájem propojeny určitým diskrétním počtem uzlů (**uzly sítě**).

V těchto uzlových bodech je požadována spojitost řešení, těmito body spolu navzájem prvky komunikují. Hodnoty přibližného řešení v uzlových bodech se nazývají **uzlové parametry** (např. posuny).

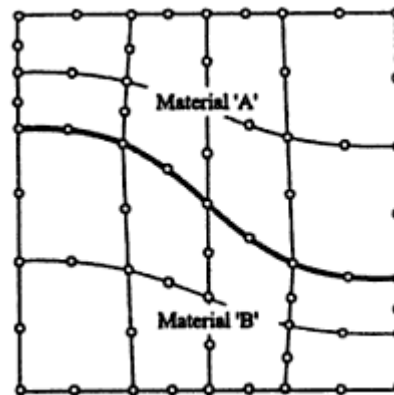
Diskretizace oblasti musí obecně splňovat následující požadavky

- diskretizace oblasti musí co nejlépe aproximovat hranici oblasti
- v případě zakřivených vnějších hranic, vnitřních geometrických částí (např. tunely apod.) nebo rozhraní mezi materiály je vhodné využít konečné prvky vyšších řádů, popř. tzv. izoparametrické prvky se zakřivenými hranicemi
- v místech očekávaných extrémních změn hodnot řešení nutno volit menší prvky diskretizace (hustší síť)

Vnitřní zakřivená hranice



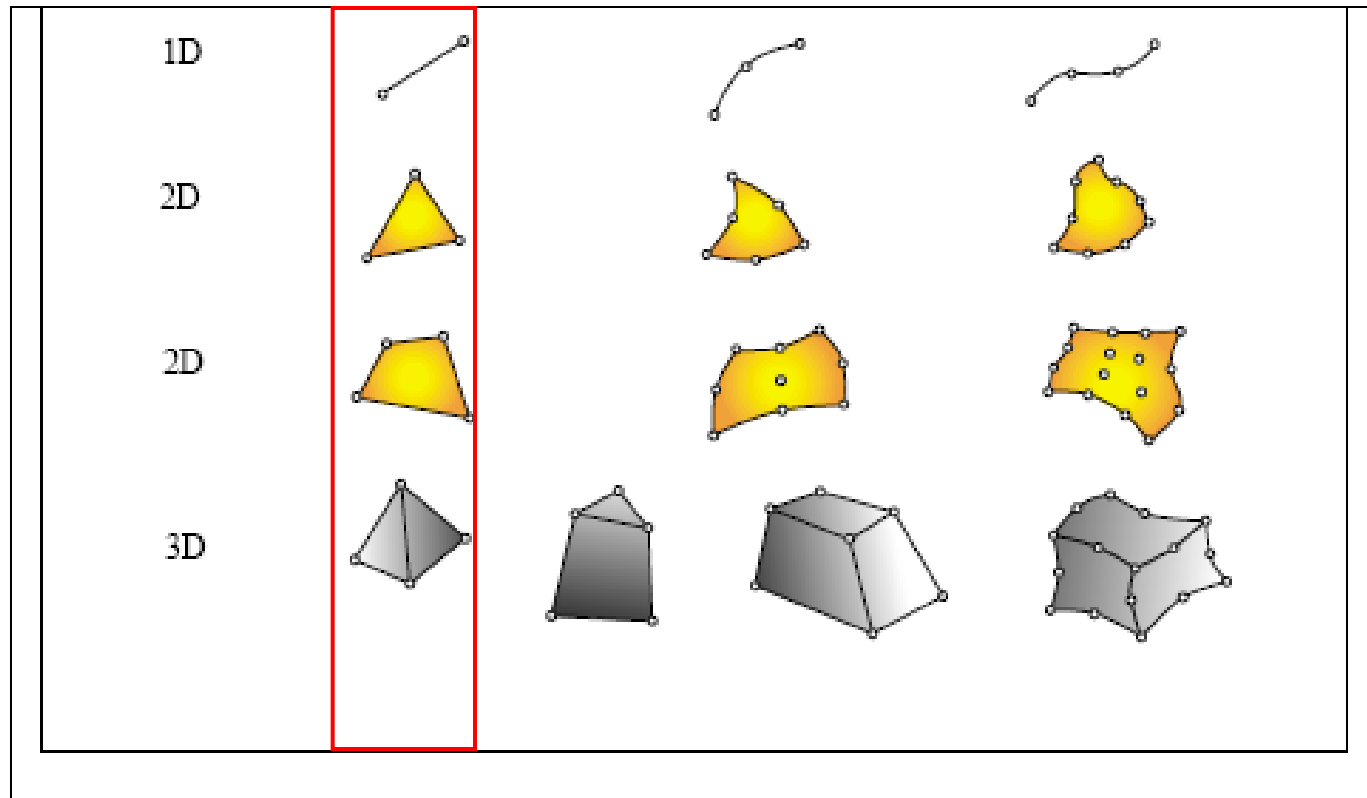
Zakřivené rozhraní mezi materiály



(zdroj. Potts, Zdravkovič(1999))

Typy prvků pro různé dimenze úlohy

geometrie prvků a počet a lokalizace uzlových bodů v těchto prvcích je pro danou dimenzi úlohy určen tvarem uvažované aproximační funkce.



Nejjednodušší a nejpoužívanější konečný prvek v rovině: **trojúhelník**

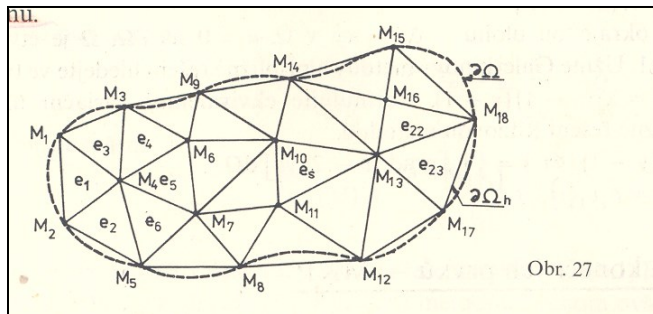
Rozdělení oblasti na trojúhelníky se nazývá **triangulace**.

Nejčastěji používané trojúhelníkové prvky (dle počtu uzlových bodů):

ve vrcholech trojúhelníka – 3 uzlové trojúhelníkové prvky ,
odpovídá nejjednodušší lineární aproximaci řešení na prvku

ve vrcholech a ve středech stran- 6-ti uzlové trojúhelníkové prvky, aproximace
vyšších řádů

ve vrcholech, ve středech stran, uvnitř trojúhelníka – např. 15-ti uzlové
trojúhelníkové prvky



ZÁSADY TRIANGULACE

- 1) trojúhelníky se nesmějí překrývat, mají společný pouze vrchol nebo celou stranu
- 2) úhly v trojúhelnících nesmí být příliš ostré
- 3) v místech očekávaných velkých změn hledaného parametru (např v místě očekávaných velkých deformačních změn) by měla být síť hustší – např. v blízkosti paty svahu, v okolí výrubu díla, ...

