

MECHANIKA HORNIN **A ZEMIN**

podklady k přednáškám

doc. Ing. Kořínek Robert, CSc.

Místnost: C 314

Telefon: 597 321 942

E-mail: robert.korinek@vsb.cz

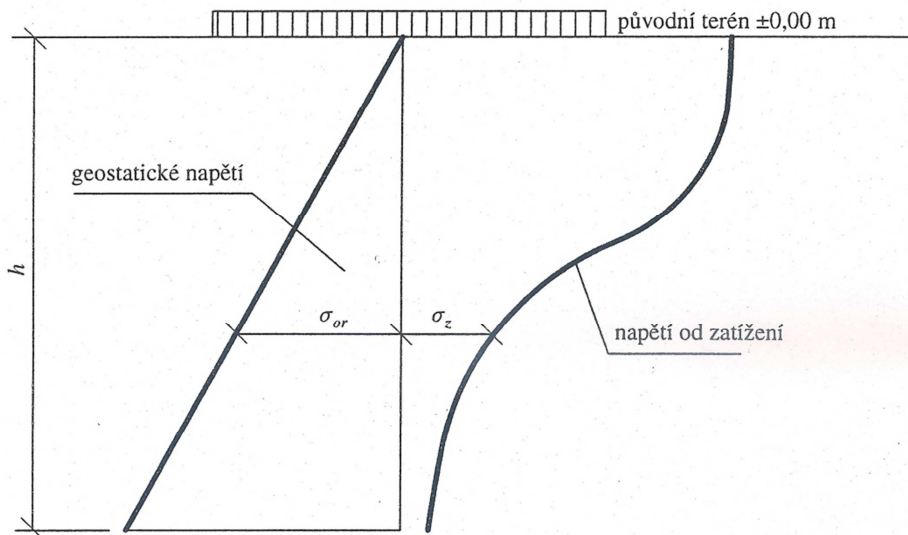
Internetové stránky: fast10.vsb.cz/korinek

Napětí v základové půdě

Zatížení od staveb vyvolává v základové půdě změnu napjatosti a tím deformaci základové půdy - **sedání**, v mezním případě vede k vyčerpání únosnosti (pevnosti) základové půdy.

Výsledné deformace základové půdy závisí na:

- deformačních vlastnostech zeminy v podloží (stlačitelnosti),
- velikosti svislé složky _____, které s hloubkou lineárně vzrůstá,
- velikosti svislé složky _____, které se s hloubkou snižuje.



Definice a značení napětí

$$\overrightarrow{\text{napětí}} = \text{_____} [Pa]$$

σ – normálové napětí, působí kolmo na plochu

τ – tangenciální (tečné, smykové) napětí, působí v rovině plochy

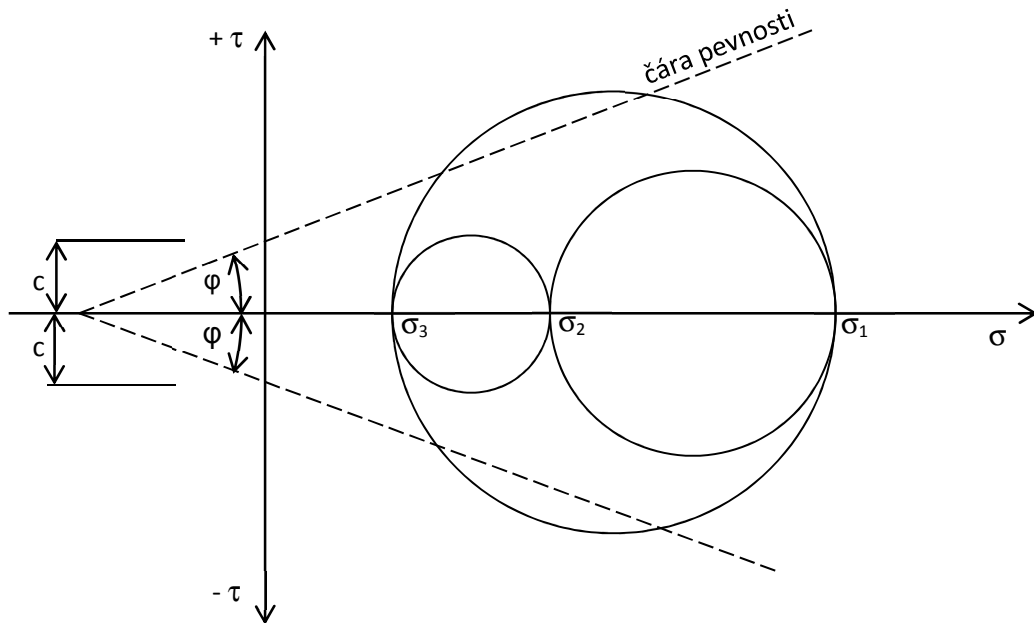
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ – hlavní normálová napětí, působící v rovinách s nulovým tangenciálním napětím, smluvně řadíme podle velikosti $\sigma_1 > \sigma_2 > \sigma_3$

$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ – obecná normálová napětí, působící ve směrech os trojosého souřadného systému.

Zobrazení napjatosti v bodě zeminového tělesa

_____ – nejpoužívanější prostředek mechaniky zemin k zobrazení napjatosti. Průměr Mohrovy kružnice je tzv. **deviátor napětí**

Deviátory napětí jsou rozdíly hlavních napětí $\sigma_1 - \sigma_3$, $\sigma_1 - \sigma_2$, $\sigma_2 - \sigma_3$.



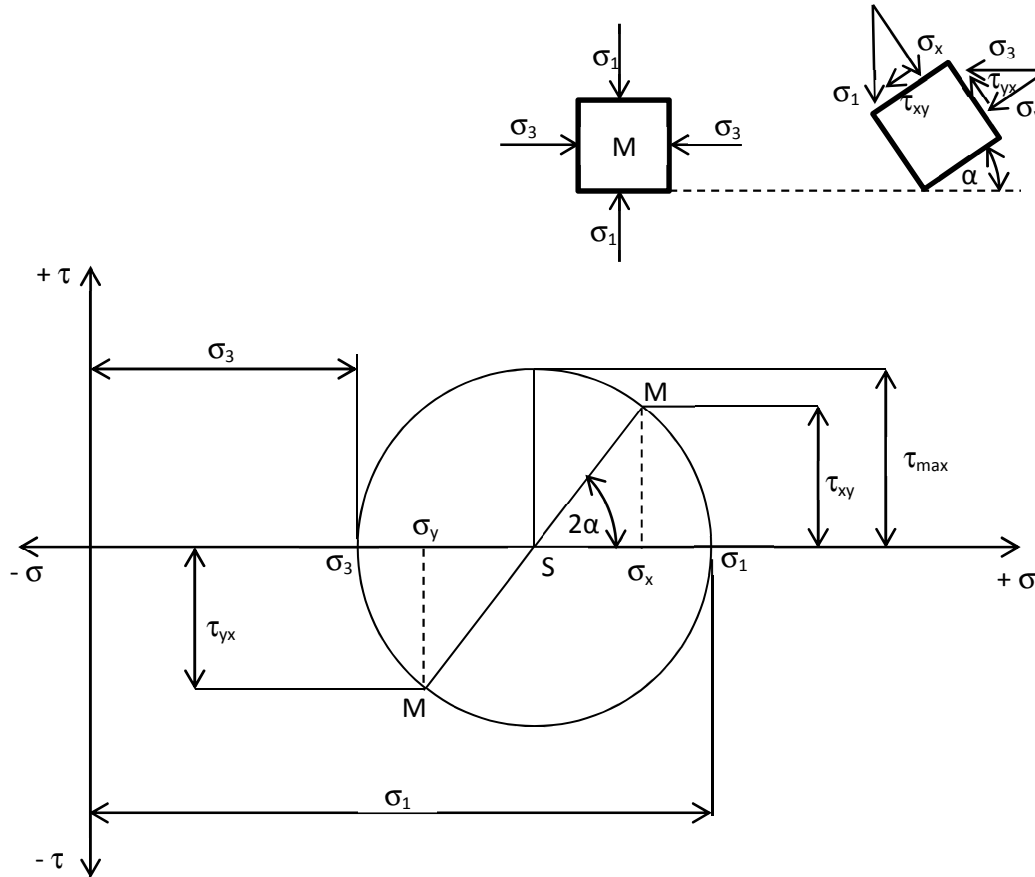
Z hlediska možnosti porušení zeminového materiálu v obecném (trojosém) stavu napjatosti není rozhodující určité napětí v jednom směru, ale celková napjatost v bodě tělesa, tedy znalost:

- působícího napětí ve všech směrech,
- vzájemná poloha Mohrovy kružnice sestavená nad největším deviátorem napětí a čáry pevnosti zeminy.

Vliv středního hlavního napětí σ_2 lze zanedbat a prostorové úlohy mechaniky zemin lze převést na úlohy rovinné. V praktických úlohách tedy $\sigma_1 > \sigma_3 \equiv \sigma_2$

Mohrova kružnice za dvojsové napjatosti

Mohrova kružnice se středem $\frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2}$ od počátku souřadnic a s poloměrem $\frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$ uvažuje vyjádřit hodnoty normálových a tangenciálních napětí v bodě M v libovolné rovině potočené od roviny hlavních napětí o úhel α v intervalu 0° až 180° .



Je-li napjatost zadána hlavními napětími σ_1 a σ_3 ($\sigma_1 > \sigma_3$) pak:

$$\sigma_{x,y} = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \pm \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \cos 2\alpha$$

$$\tau_{x,y} = -\tau_{y,x} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} \sin 2\alpha$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

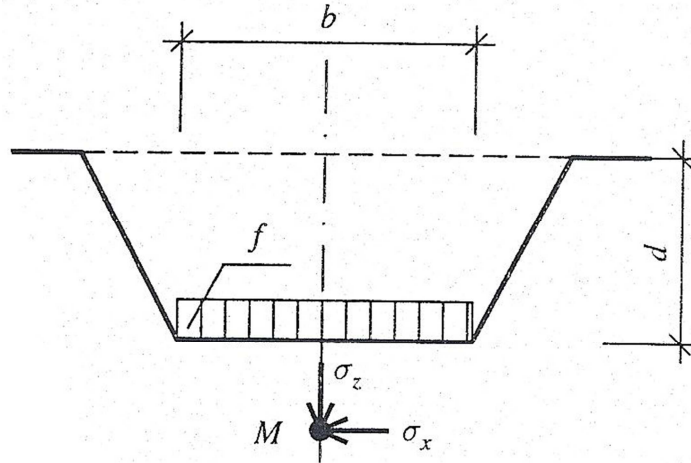
Je-li napjatost zadána obecnými napětími σ_x , σ_y a $\tau_{xy} = -\tau_{yx} \neq 0$ pak:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}$$

$$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \cdot \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

Bod napětí Mohrovy kružnice a dráha napětí

Při výstavbě stavebních konstrukcí (konsolidace základové půdy, odlehčení výkopem stavební jámy, přitížení stavební konstrukcí, přitížení zásypem stavební jámy) se mění napjatost v bodech zemního tělesa.

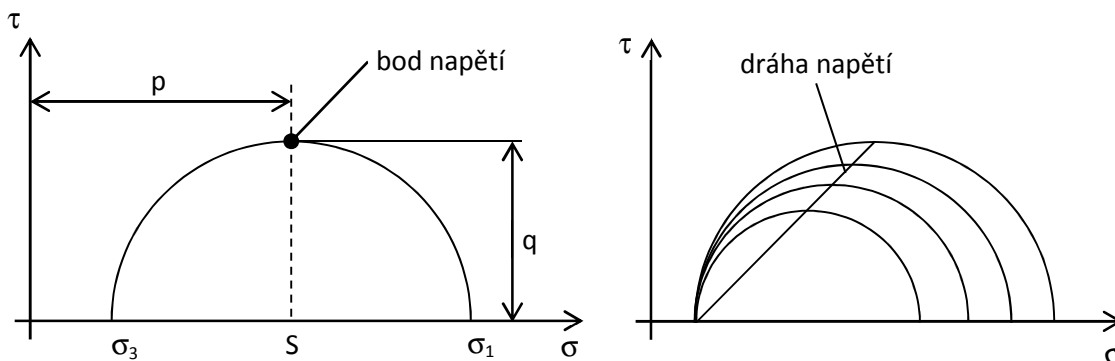


Zobrazení změn napjatosti mezi jednotlivými stavy (tzv. dráha napětí) pomocí více Mohrových kružnic je těžkopádné a málo názorné. Jednodušší zobrazení dráhy napětí je pomocí bodů napětí.

Bod napětí reprezentuje vrchol Mohrovy kružnice, bod s největším smykovým napětím, jehož souřadnice jsou:

$$p = \text{—————} \quad q = \text{—————}$$

Dráha napětí je trajektorie bodů maximálních smykových napětí působících na element při přechodu z jednoho stavu napjatosti do dalšího.



Princip efektivního napětí

Napjatost v jakémkoliv bodě zeminového prostředí může být vypočtena z totálního napětí σ_1 a σ_3 , která působí v tomto bodě.

Pro nasycené zeminy ($S_r=1$), kdy póry zeminy jsou vyplněny vodou pod tlakem u , pak celkové totální napětí σ sestává ze dvou částí:

$$\sigma = \quad + \quad ; \quad \sigma_{ef} = \quad -$$

σ_{ef} – efektivní napětí přenášené zrny,

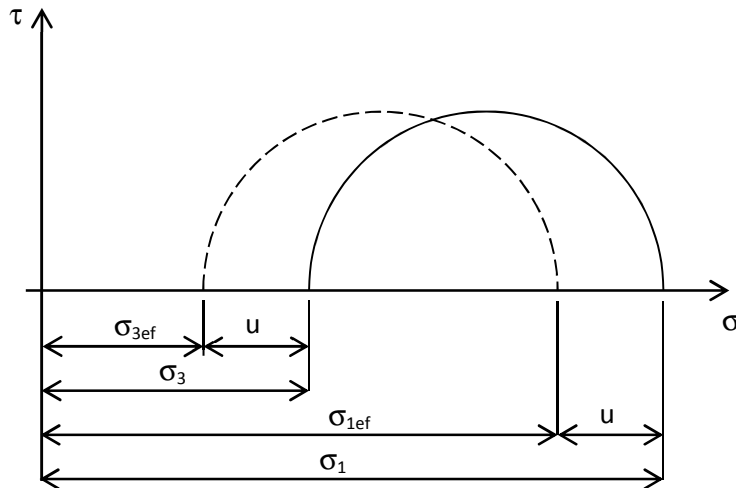
u – neutrální napětí (tlak vody v pórech zeminy).

Závěr:

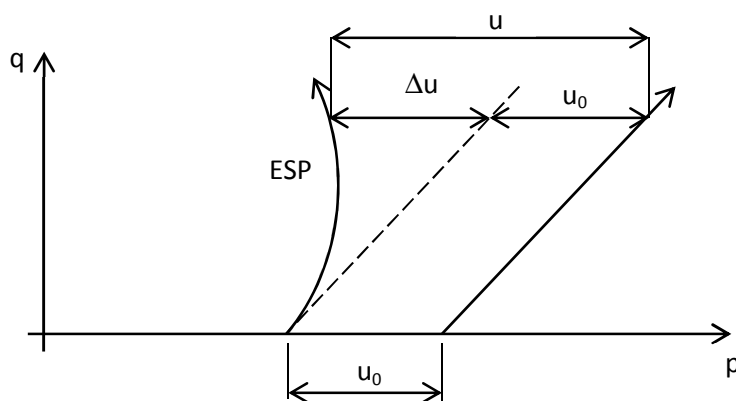
- je-li pórová voda v klidu, je pórové napětí hydrostatickým tlakem, který působí všemi směry,
- změna pórového tlaku nevyvoluje prakticky žádné objemové změny (voda je nestlačitelná),
- mechanické změny napětí (stlačitelnost, smyková pevnost) jsou výhradně následkem změny efektivních napětí,
- princip efektivních napětí platí jen pro normálová napětí,
- smyková napětí voda nepřenáší, jsou tedy vždy napětími efektivními.

Zobrazení totální a efektivní napjatosti

Mohrovy kružnice vynesené v totálních nebo efektivních parametrech mají stejný průměr, ale jsou vzájemně posunuty o hodnotu neutrálního napětí (pórového tlaku) u .



Při zobrazení drah napětí pomocí p - q diagramu (souřadnice bodů napětí) je hodnota q stejná pro efektivní i totální napětí, ale různá pro hodnotu p . Rozdíl je dán opět velikostí pórového tlaku



TSP – totální dráha napětí (Total Stress Path)

ESP – efektivní dráha napětí (Effective Stress Path)

Stanovení pórových tlaků

Rozlišují se dva základní případy:

- **ustálené proudění**, kdy tlačná výška je stálá (viz. Proudění vody zeminami), kde $h_p = \frac{u_w}{\gamma_w}$. Speciálním případem je neproudící voda s vodorovnou hladinou, kdy tlačná výška je dána výškou vodního sloupce;
- **pro případ mechanického proudění** vyvolaného změnou napjatosti (odlehčení výkopem stavební jámy, přitížení konstrukcí apod.) odvodili Skempton a Bishop vztah, kde změna pórového tlaku je vyjádřena pomocí změny hlavního napětí

$$\Delta u = B[\Delta\sigma_3 + A(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)]$$

A, B – součinitelé pórového tlaku. Budou probrány v kapitole o smykové pevnosti

Výsledný pórový tlak vody u je tedy výslednicí počátečního pórového tlaku u_b před započítáním přitěžování a přírůstku Δu od přitížení.

Přírůstek pórového tlaku Δu lze předpovídat:

- na základě laboratorně zjištěných součinitelů pórového tlaku a znalosti přírůstku hlavních napětí
- ověřením skutečného stavu pórového tlaku in-situ pomocí snímačů pórového tlaku – piezometrů

Tlak vody v pórech zeminy je závislá proměnná a její velikost nemá vztah k velikosti celkového napětí. Při změnách stavu napjatosti se v zemních tělesech změny smykové napětí okamžitě, ale efektivní napětí jen postupně a to souběžně se změnami pórového tlaku (napětí neutrálního).

Tlak vody v pórech zeminy (pórový tlak) se změní např.:

- v přirozeném uložení zemin v podloží konstrukcí, zvýšením (snížením) napětí od tíhy konstrukce,
- zvýšením napětí ve zhuťných nepropustných násypch,
- při tvorbě zářezů v soudržných zeminách,
- v zemních hrázích v důsledku snížení hydrostatického tlaku, vyvolaného např. rychlým poklesem hladiny vody v nádrži.

Pro zeminy částečně nasycené vodou ($S_r < 1$) doporučil Bishop rovnici

$$\sigma_{ef} = \sigma - u_a + \chi \cdot (u_a - u_v)$$

u_a – napětí v plynné fázi pórů

u_v – napětí v kapalně fázi

Platí:

u_a je vždy větší než u_v

$\chi = 1$ – pro nasycené zeminy ($S_r = 1$)

$\chi = 0$ – pro vysušené zeminy ($S_r = 0$)

pro S_r v rozsahu $0,85 \div 1$, lze uvažovat $\chi = 1$

pro $S_r < 0,85$ je nutno Bishopovu rovnici vzít v úvahu

Geostatické napětí σ_{or} – původní (originální) napětí

Svislé napětí od vlastní tíhy zeminy nebo napětí původní v hloubce h pro homogenní podloží

Pro vrstevnaté podloží

Vliv hladiny podzemní vody

Při výskytu hladiny podzemní vody se u propustných zemin uplatní vztlak

Při výpočtu uvažujeme svislé originální napětí

$$\sigma_{or,z} = \gamma_{SAT} \cdot h$$

Platí $\gamma_{SAT} = \gamma_{su} + \gamma_w$

$$\sigma_{or,z} = \gamma_{su} \cdot h + \gamma_w \cdot h$$

Zobecníme na tvar

σ - totální napětí (celkové)

σ_{ef} – efektivní (účinné) napětí

u – neutrální napětí, pórový tlak

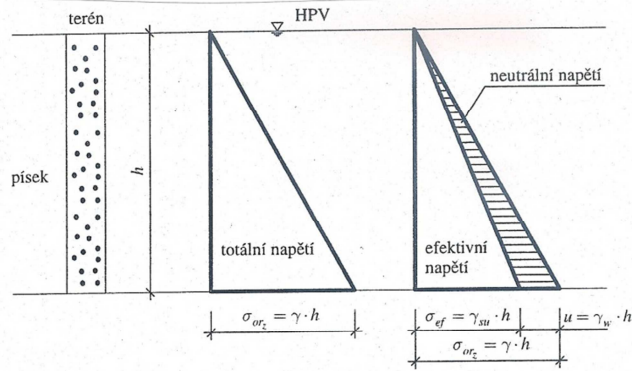
$$\sigma_{ef} = \gamma_{SAT} \cdot h - \gamma_w \cdot h = (\gamma_{SAT} - \gamma_w) \cdot h$$

$$u = \gamma_w \cdot h$$

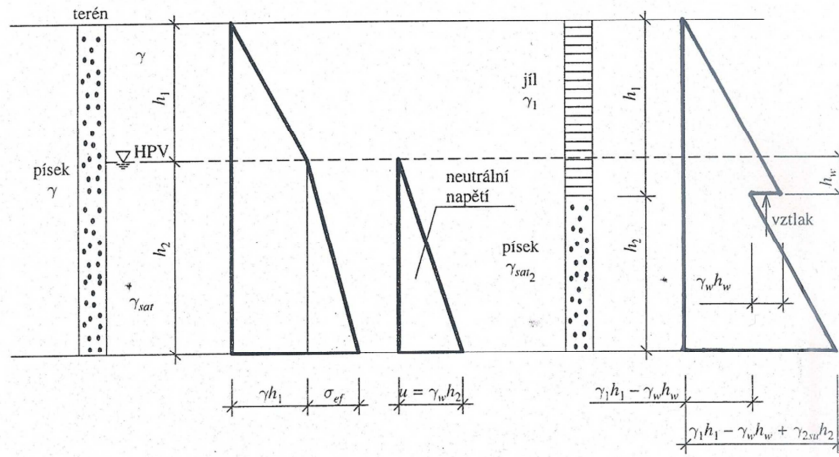
U jílu a jílovitých zemin uplatnění vztlaku nepředpokládáme (jedná se o velmi jemné částice a póry, voda je většinou s částicemi spjatá a tvoří jejich součást).

Pokud pod propustnou zeminou s podzemní vodou je v podloží nepropustná zemina (jíl), působí na tuto vrstvu tíha nadložní vody, což se projeví jako vodorovný skok v průběhu napětí.

Když je pod nepropustnou vrstvou v další propustné vrstvě tlaková voda, napětí v této vrstvě se sníží o vztlak, tzn. o hodnotu



Obr. 5-2



Vodorovné napětí od vlastní tíhy zeminy $\sigma_{or,x}$

Vyjadřujeme jako lineární funkci $\sigma_{or,z}$

$$\sigma_{or,x} = \sigma_{or,z} \cdot K_r$$

K_r – součinitel zemního tlaku v klidu

soudržné zeminy

nesoudržné zeminy

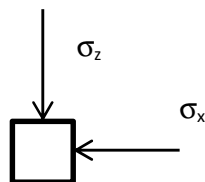
	ν	K_r
zeminy štěrkovité	0,2 – 0,25	0,25 – 0,33
zeminy písčité	0,3	0,43
zeminy soudržné	0,35 – 0,4	0,54 – 0,67

Součinitel K_r závisí na vlastnostech prostředí. V kapalinách je $K_r = 1$ (hydrostatický tlak $\sigma_x = \sigma_z$). V zeminách které mají smykovou pevnost a jsou normálně konsolidované je $K_r < 1$. Pouze u překonsolidovaných zemin $K_r > 1$.

Rozšířený Hookeův zákon

$$\varepsilon_x = \frac{1}{E} [\sigma_x - \mu \cdot (\sigma_z + \sigma_y)]$$

Pro $\varepsilon_x = 0$ a pro $\sigma_y = \sigma_x$ platí:



Překonsolidované zeminy

Překonsolidované zeminy byly v minulosti v minulosti zatížené většími silami, než jaké působí v současnosti. Svislá napětí po odlehčení klesnou na úroveň danou snížením zatížení, ale vodorovná napětí se v důsledku překonaných plastických deformací snižují pouze minimálně.

Poměr konsolidačních efektivních tlakových napětí působících v minulosti k dnešním svislým efektivním tlakům nadloží se označuje jako překonsolidační poměr OCR (overconsolidation ratio):

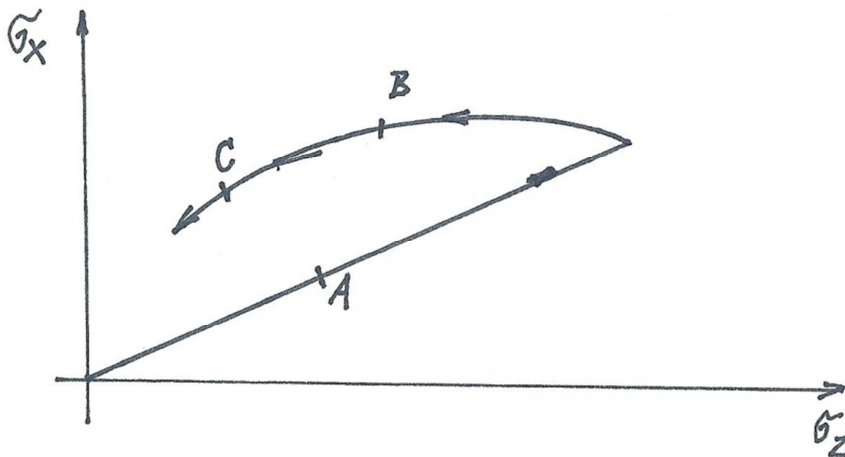
- normálně konsolidované zeminy $OCR = 1$,
- překonsolidované zeminy $OCR > 1$.

Součinitel zemního tlaku v klidu K_r udává poměr velikostí efektivního vodorovného napětí k existujícímu svislému efektivnímu napětí.

$$K_r = \frac{\sigma_x}{\sigma_z}$$

- pro normálně konsolidované zeminy: $K_r = 0,2 - 0,7$
- pro překonsolidované zeminy $K_r > 1$, (u překonsolidovaných londýnských jíílů se uvádí K_r až 3, to znamená, že vodorovné napětí je 3x větší než napětí svislé).

Zvýšená vodorovná napětí v překonsolidovaných zeminách příznivě ovlivňují deformace v podloží základů (nižší sedání), ale nepříznivě ovlivňují stabilitu svahů a výkopů, namáhání obezdívek v tunelech apod.



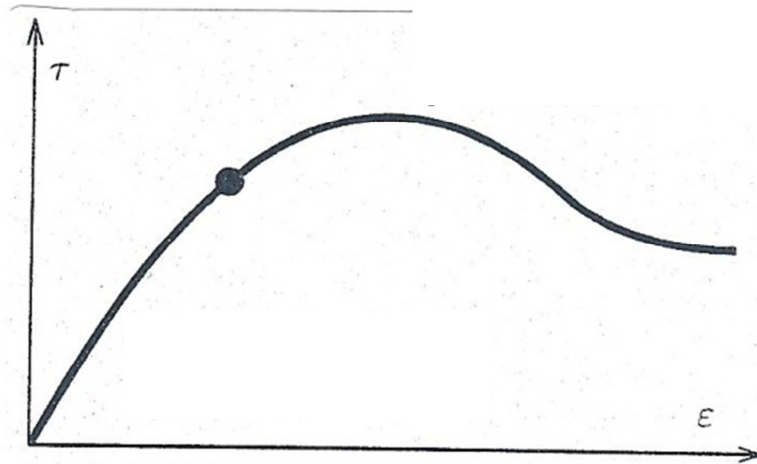
Napětí v základové půdě od svislého zatížení stavbou

Reálné podloží se navrhuje idealizovaným a zjednodušeným modelem, tzv. pružným poloprostorem.

Pružný poloprostor je omezen vodorovnou rovinou a vyplněn hmotou s idealizovanými vlastnostmi.

Nejjednodušší a pro zkoumané napětí v podloží vyhovující je lineárně pružný, homogenní a izotropní poloprostor.

Teorie vychází z těchto předpokladů:



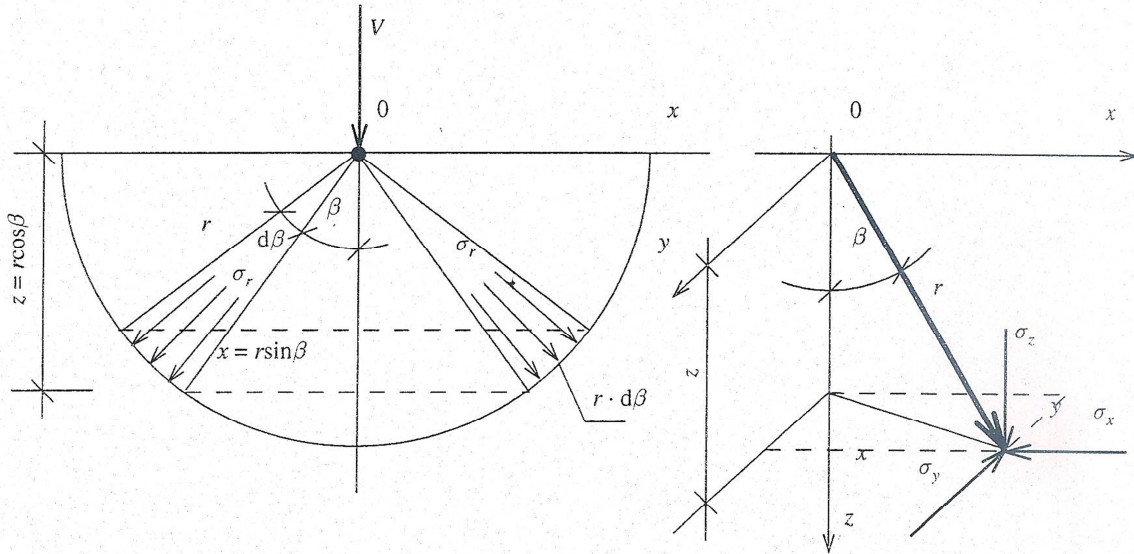
- Látka zaplňující souvisle poloprostor je ideálně pružná, homogenní a izotropní (v libovolném bodě a v každém směru vlastnosti stejné),
- Závislost mezi napětím a deformací je lineární (platí Hookův zákon),
- Výsledné deformace jsou malé a nenaruší spojitost poloprostoru,
- Platí zákon superpozice, tzn., že za současného působení různých namáhání je možné účinky vyšetřovat odděleně a výsledky sčítat, násobit apod.

Napětí v pružném poloprostoru od osamělé síly

Vztahy pro svislé napětí, vodorovné napětí a smykové napětí od zatížení pružného poloprostoru osamělou silou odvodil Boussinesq (1885).

Vyšel z těchto předpokladů:

- Napětí se šíří poloprostorem radiálně od působíště síly a má velikost σ_{or} ,
- radiální napětí σ_r klesá se čtvercem vzdálenosti od působíště síly V ,
- jeho velikost je přímo úměrná \cos úhlu β , který svírá průvodič vyšetřovaného bodu s vertikálou.



Pro radiální napětí pod osamělou silou platí vztah:

$$\sigma_r = A \cdot \frac{\cos \beta}{r^2}$$

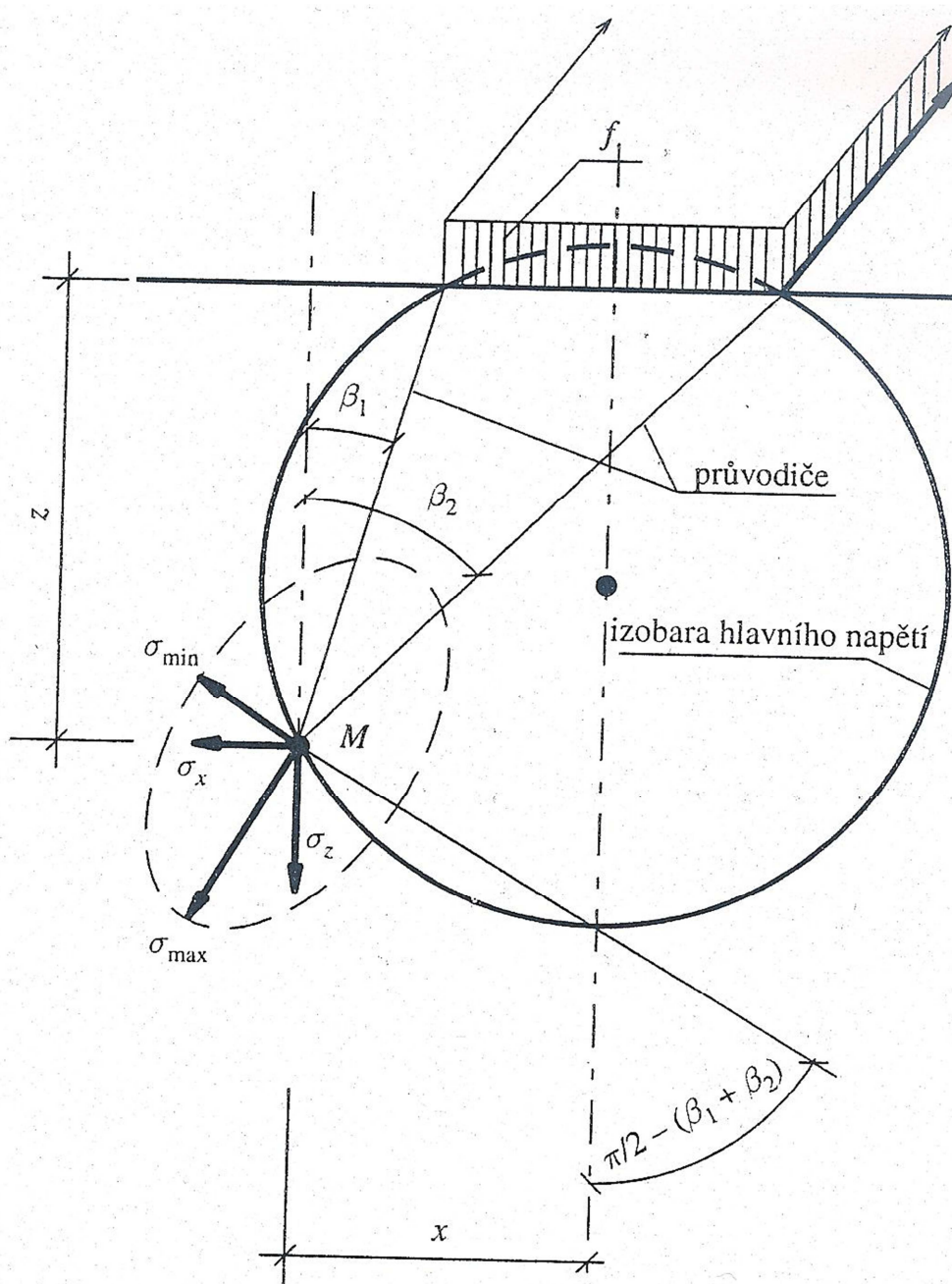
$$A = \frac{3 \cdot V}{2 \cdot \pi}$$

Ostatní hledané složky napětí:

$$\sigma_z = \frac{3 \cdot V \cdot z^3}{2 \cdot \pi \cdot r^5}; \sigma_x = \frac{3 \cdot V \cdot x^2 \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot r^5}; \sigma_y = \frac{3 \cdot V \cdot y^2 \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot r^5}$$

$$\tau_{zx} = \tau_{xz} = \frac{3 \cdot V \cdot x \cdot z^2}{2 \cdot \pi \cdot r^5}; \tau_{zy} = \tau_{yz} = \frac{3 \cdot V \cdot y \cdot z^2}{2 \cdot \pi \cdot r^5}; \tau_{yx} = \tau_{xy} = \frac{3 \cdot V \cdot x \cdot y \cdot z}{2 \cdot \pi \cdot r^5}$$

Napětí v pružném poloprostoru od svislého zatížení na páse (nejčastější případ zatížení ve stavební praxi)

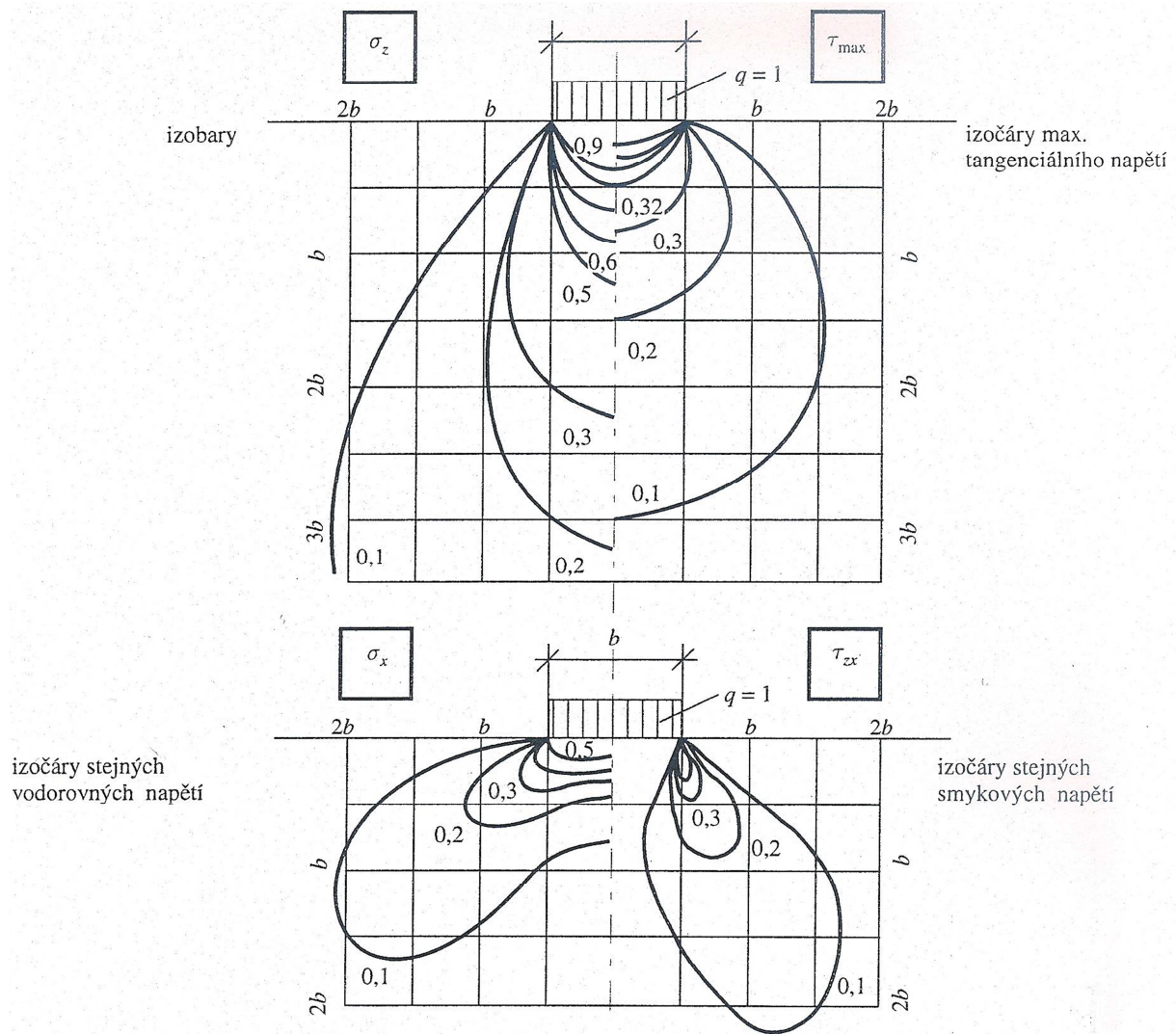


Obr. 5-9 Rovnoměrné svislé zatížení povrchu na páse

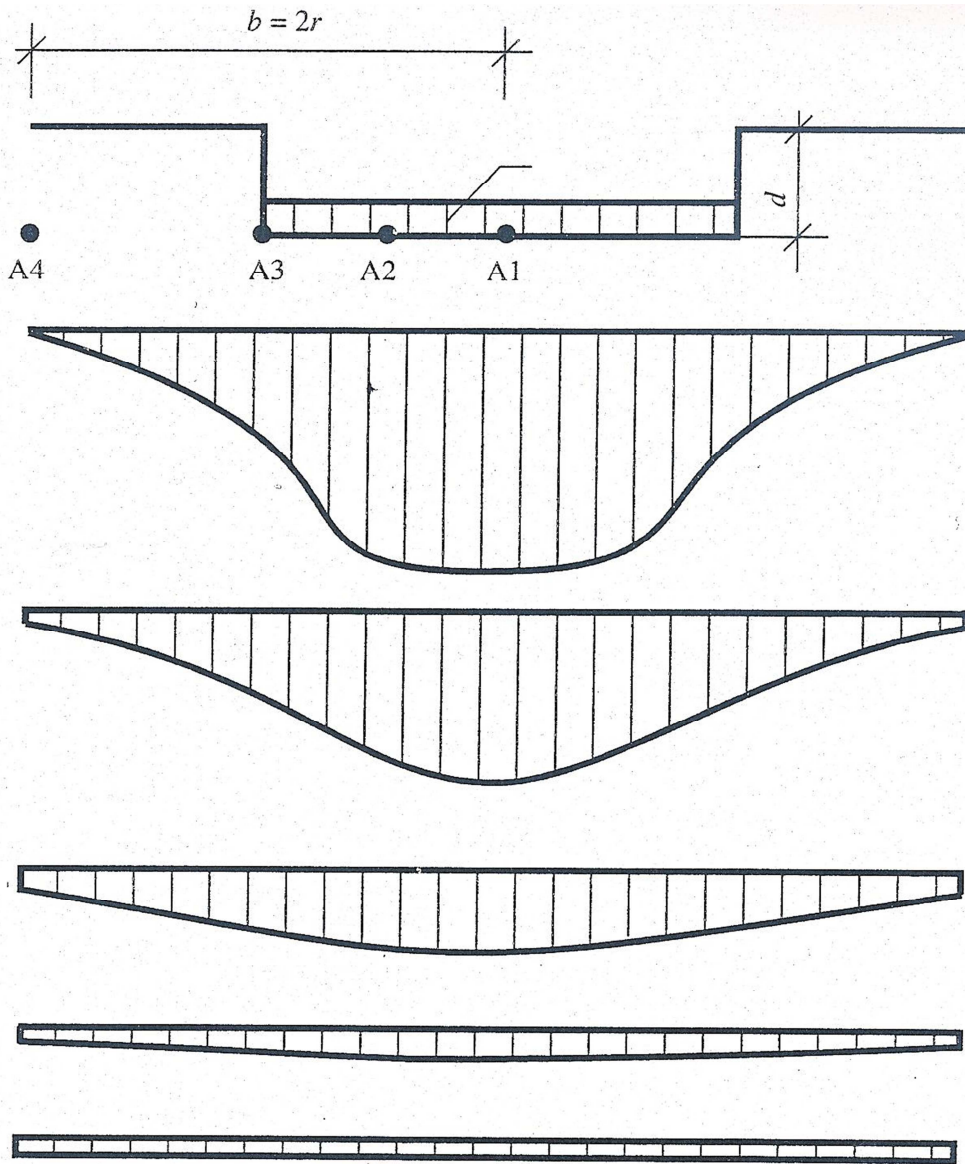
Rozložení napětí v poloprostoru lze znázornit:

- pomocí izochar napětí,
- ve vodorovných rovinách,
- ve svislých rovinách.

Rozložení napětí pomocí izočar (izobar) napětí

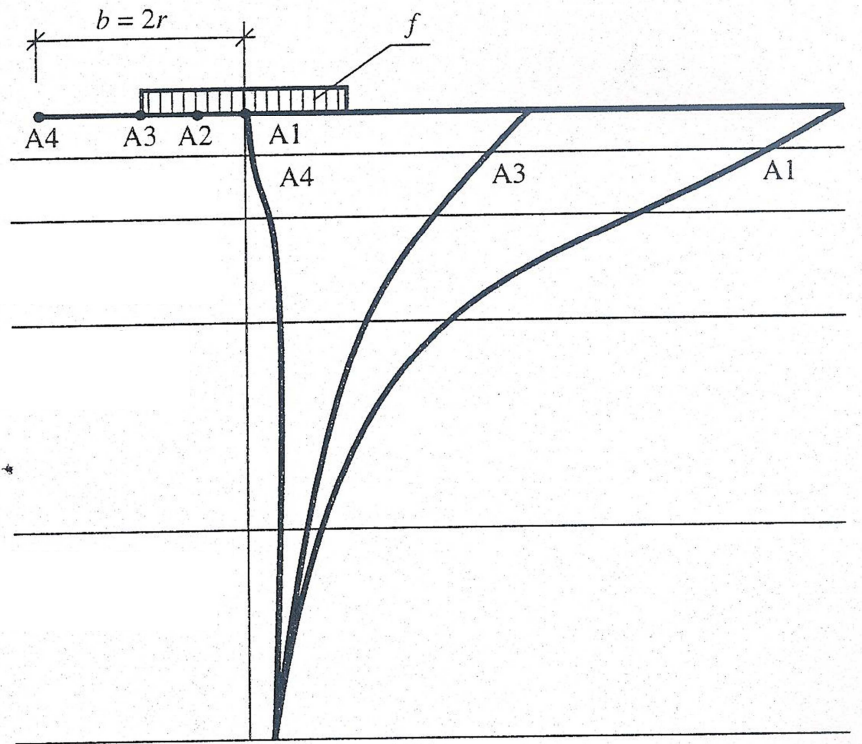


Rozložení napětí ve vodorovných rovinách



Průběh napětí σ_z ve vodorovných rovinách

Rozložení napětí ve svislých rovinách



Průběh napětí σ_z ve svislých rovinách (poddajný základ)

Napětí v základové půdě od přetížení

Pro nejčastěji se vyskytující případy zatížení od obdélníkové a kruhové základové plochy jsou odvozeny rovnice. Jejich zpracování je ale pracné, a proto v praxi pro výpočet napětí od zatížení často užíváme grafy a tabulky.

Svislá složka napětí σ_z od přetížení ses stanoví z rovnice:

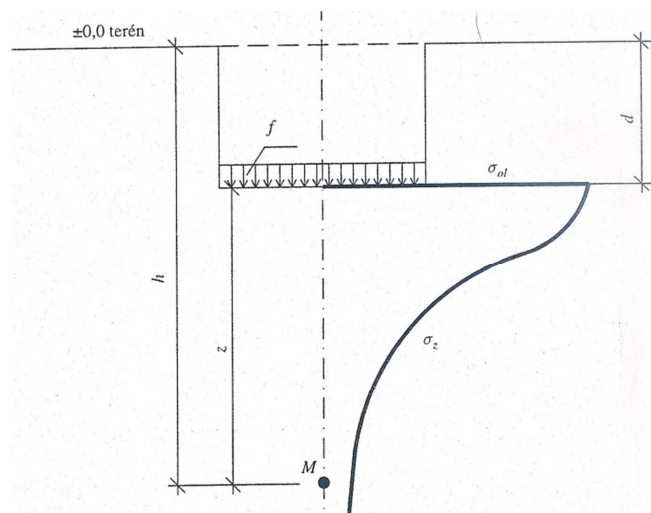
σ_{ol} – napětí v základové spáře od přetížení stavbou,

I – redukční součinitel, který je funkcí hloubky z uvažovaného bodu, šířky b a délky l základu.

Pro běžně uvažované tvary základů a typy zatížení se rozlišují redukční součinitele I_1 až I_5 .

ČSN 73 1001 označuje $I = \frac{\sigma_z}{f}$.

Protože zakládáme vždy v určité hloubce d , nebudeme počítat s napětím od rovnoměrného zatížení f , ale s napětím od přetížení σ_{ol} .



d – hloubka zatížení,

f – svislé rovnoměrné zatížení,

z – hloubka uvažovaného bodu od základové spáře,

h – hloubka uvažovaného bodu od terénu,

b – šířka základu,

σ - kontaktní napětí v základové spáře.

Přetížení v základové spáře σ_{ol} je rozdíl mezi zatížením od stavby f (nebo kontaktního napětí σ) a původního napětí σ_{or} v základové spáře, kterým byla zemina v této úrovni již konsolidována.

Svislé napětí σ_z od rovnoměrně zatížené obdélníkové plochy

Základové konstrukce, které přenášejí zatížení od stavební konstrukce, mají nejčastěji tvar obdélníka a jsou založené v určité hloubce d pod terénem.

Pro obdélníkový základ jsou sestaveny grafy ke stanovení napětí pod rohem základu (I_1) a tzv. charakteristickém bodě (I_2):

Obdélníkový základ { I_1 poddajný základ (graf pod rohem základu),
 I_2 tuhý základ (graf pro tzv. charakteristický bod).

Poddajný obdélníkový základ

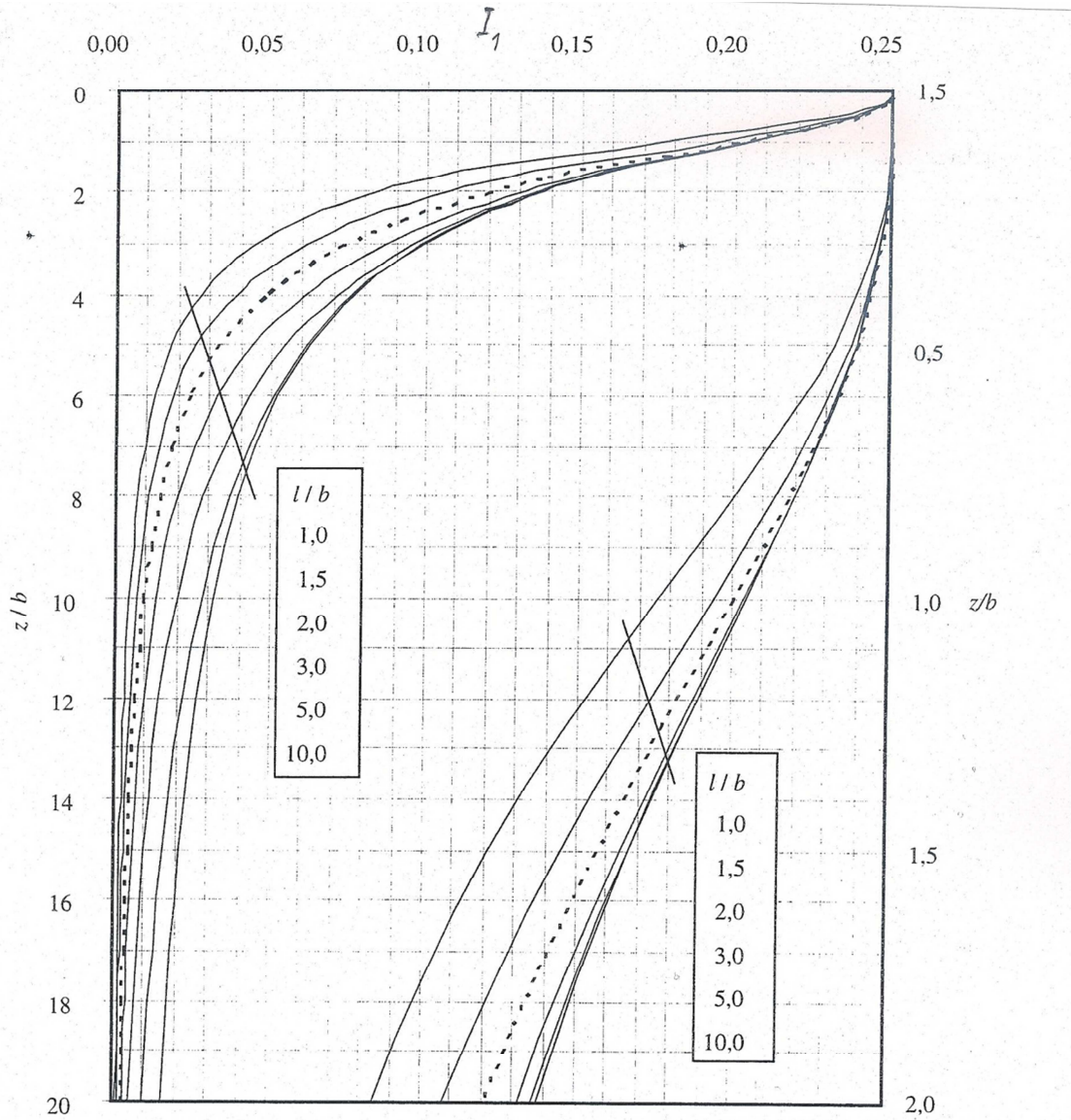
Svislé napětí σ_z za předpokladu poddajného obdélníkového základu pro rovnoměrně rozložené kontaktní napětí se v hloubce z stanoví z rovnice

σ_{01} – napětí od přitížení,

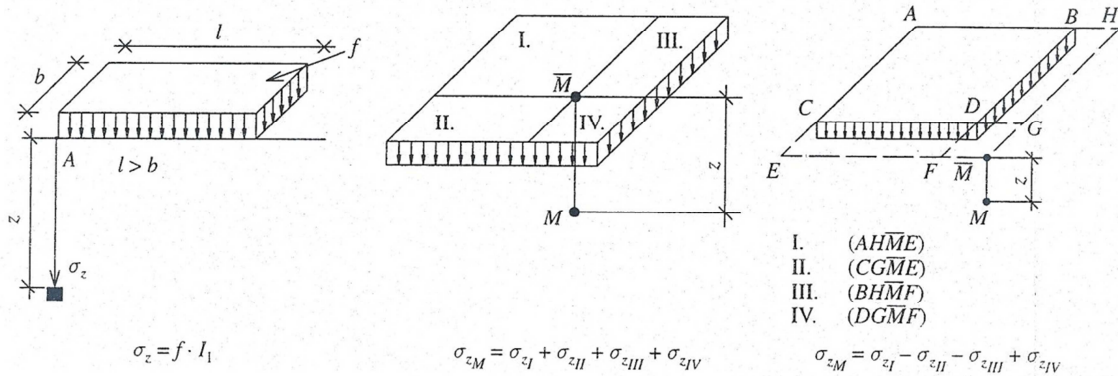
I_1 – redukční součinitel, který určíme z grafu

Pro výpočet napětí poddajného základu vycházíme z předpokladu rovnoměrného rozdělení kontaktního napětí. Toto napětí však způsobí nerovnoměrné sednutí základu, tedy jeho průhyb, takže největší napětí bude pod středem základu. Graf je však sestaven pro roh obdélníkového základu (na základě řešení podle Steinbrennera). Proto pro výpočet napětí v libovolném bodě pod základem a v libovolném bodě mimo základ využíváme zákona superposice tzn., že výsledná napětí od jednotlivých zatížení sčítáme, odčítáme apod.

Napětí pod rohem

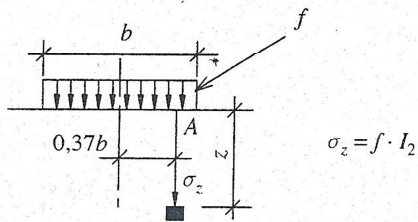
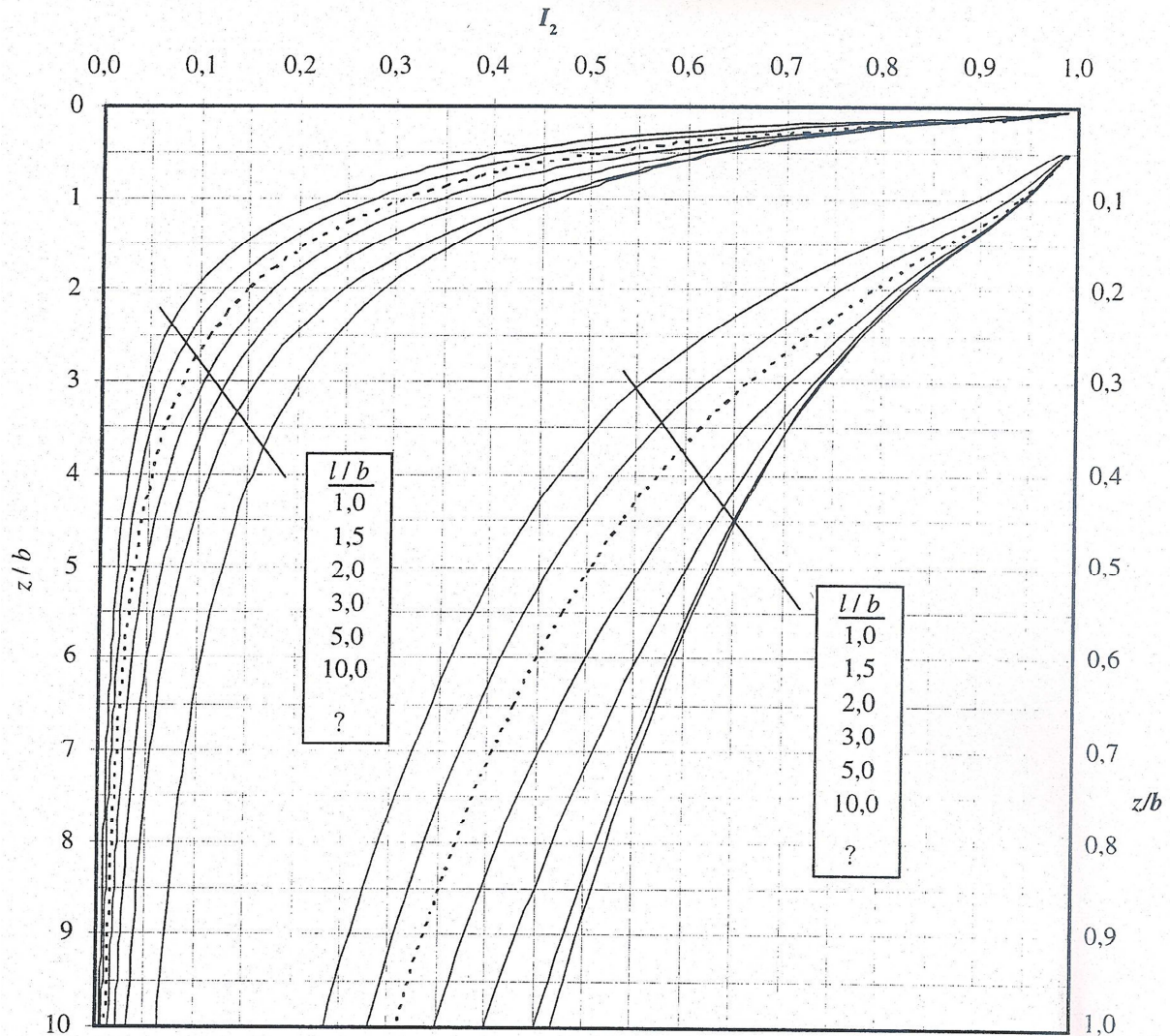


Obr. 5-14 Napětí pod rohem

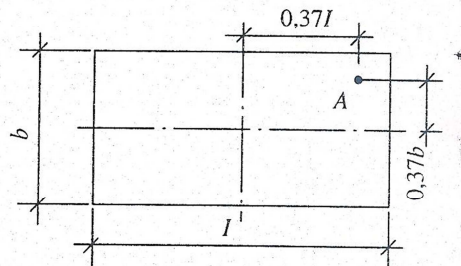


Tuhý obdélníkový základ

Pro určení svislého napětí σ_z pod tuhým obdélníkovým základem použijeme součinitele I_2 , které odčítáme z grafu.



$$\sigma_z = f \cdot I_2$$



Napětí pod charakteristickým bodem

Kontaktní napětí

Kontaktní napětí představuje rozdělení napětí v základové spáře a stanoví se z podmínky stejné deformace základu a podloží.

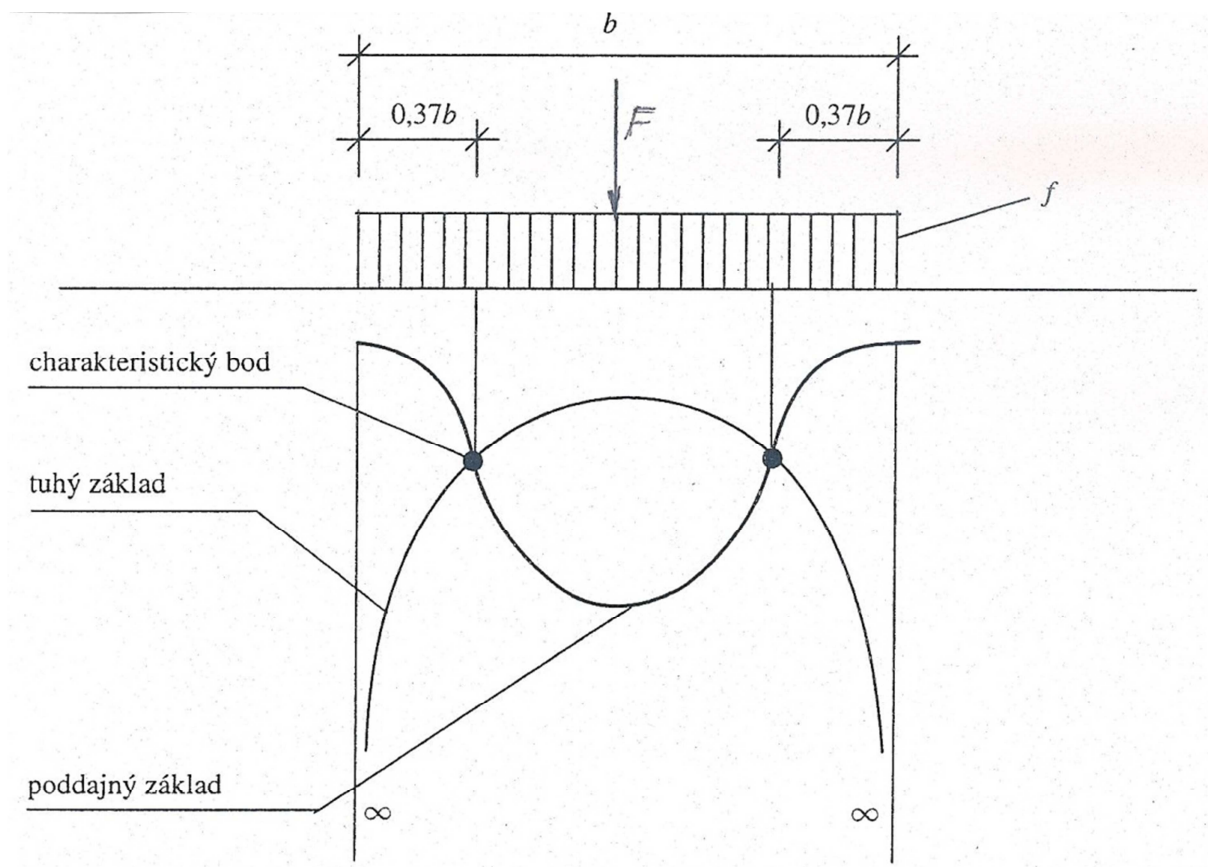
Vliv na rozdělení a velikost kontaktního napětí má:

- tuhost základu,
- vlastnosti zeminy v podloží,
- tvar a velikost základové konstrukce,
- velikost a způsob zatížení,
- hloubka zatížení,
- hloubka hladiny podzemní vody.

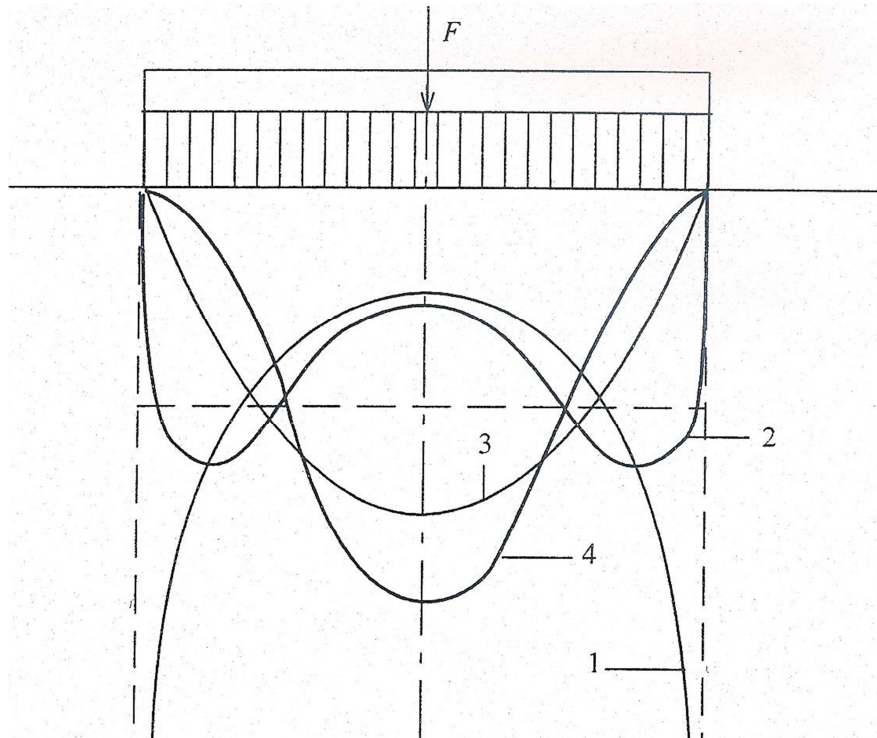
Poddajný základ: napětí pod středem poddajného základu je největší a k rohům základu se snižuje

Tuhý základ: kontaktní napětí pod tuhým základem je dáno např. rovnicí Boussinesqua

Která dává nekonečně velkou hodnotu pod hranami základu.



Kontaktní napětí pro tuhý a poddajný základ



Kontaktní napětí v základové spáře; rozdělení kontaktního napětí (Myslivec 1970):

1 – teoretický průběh, 2 – sedlovité rozdělení, 3 – parabolické rozdělení, 4 – zvonkovité rozdělení

Velikost a rozložení kontaktního napětí potřebujeme znát pro dimenzování základových konstrukcí.

Tuhost systému „základová půda – plošný základ“ pro stanovení napětí v podloží pro výpočty podle II. Skupiny mezních stavů se pro obdélníkový základ orientačně určí ze vztahu:

Podle toho, ve kterém směru základu tuhost stanovujeme:

E – je modul pružnosti materiálu,

E_{def} - modul přetvárnosti základové půdy

t – tloušťka základové konstrukce

l, b – rozměry konstrukce ve směru určování tuhosti,

$K > 1$ – tuhá konstrukce

$K < 1$ – poddajná konstrukce.