

# **MECHANIKA HORNIN** **A ZEMIN**

podklady k přednáškám

**doc. Ing. Kořínek Robert, CSc.**

**Místnost: C 314**

**Telefon: 597 321 942**

**E-mail: robert.korinek@vsb.cz**

**Internetové stránky: [fast10.vsb.cz/korinek](http://fast10.vsb.cz/korinek)**



## Coulombova teorie porušení

Coulomb zjistil, že smyková pevnost zemin  $\tau_f$  není konstanta, ale závisí na velikosti normálového napětí v rovině a v obecném případě má dvě složky: **vnitřní tření**, charakterizované \_\_\_\_\_, a \_\_\_\_\_, kterou lze definovat jako smykovou pevnost při nulovém normálovém napětí. Formuloval lineární vztah v mechanice zemin nazývaný jako Coulombův vztah:

$\tau_f$  – tangenciální napětí na smykové ploše (vnitřní odpor zemin)

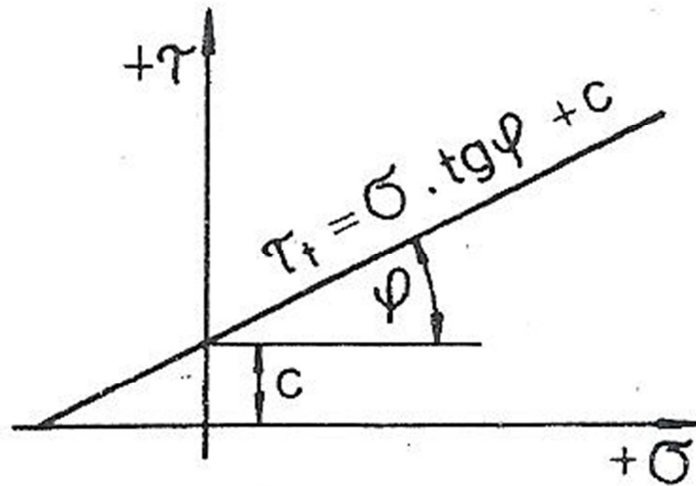
$\sigma_f$  – normálové napětí působící kolmo na smykovou plochu porušení

$c$  – soudržnost (koheze) zemin

$\varphi$  – úhel vnitřního tření.

Porušení zemin nastane podle Coulomba tehdy, dosáhne-li smykové napětí  $\tau$  hodnoty smykové pevnosti  $\tau_f$ :

$$\tau = \tau_f$$

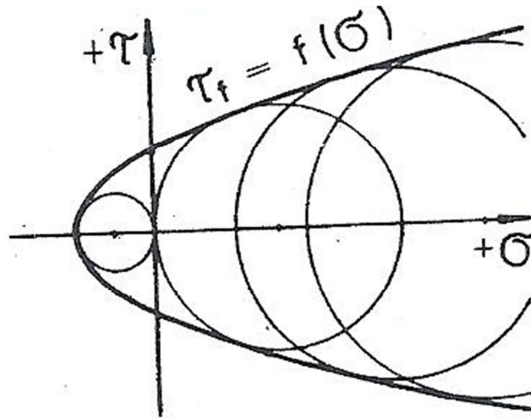


## Mohrova teorie porušení

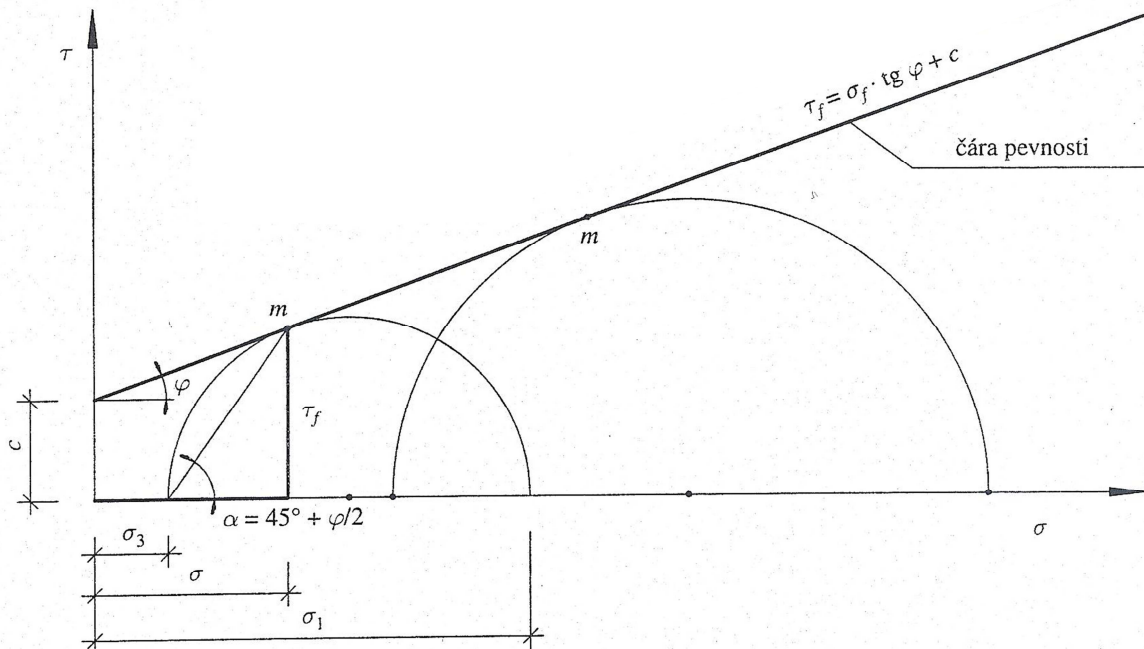
Podle Mohra dojde k porušení materiálu tehdy, když maximální rozdíl mezi největším tangenciálním napětím (v absolutní hodnotě) a nějakou funkcí normálového napětí, charakteristickou pro daný materiál klesne na nulu:

$$\max[\max|\tau| - f(\sigma)] = 0$$

Funkci  $f(\sigma)$  určuje Mohr experimentálně jako obalovou čáru kružnic napětí odpovídajících stavům na mezi porušení materiálu.



Pro zeminy můžeme  $f(\sigma)$  (podle Mohra) ve smyku Coulombova vztahu považovat za lineární (tzv. Mohrovo-Coulombovo kritérium) neboť Coulombův vztah je rovnicí přímky.

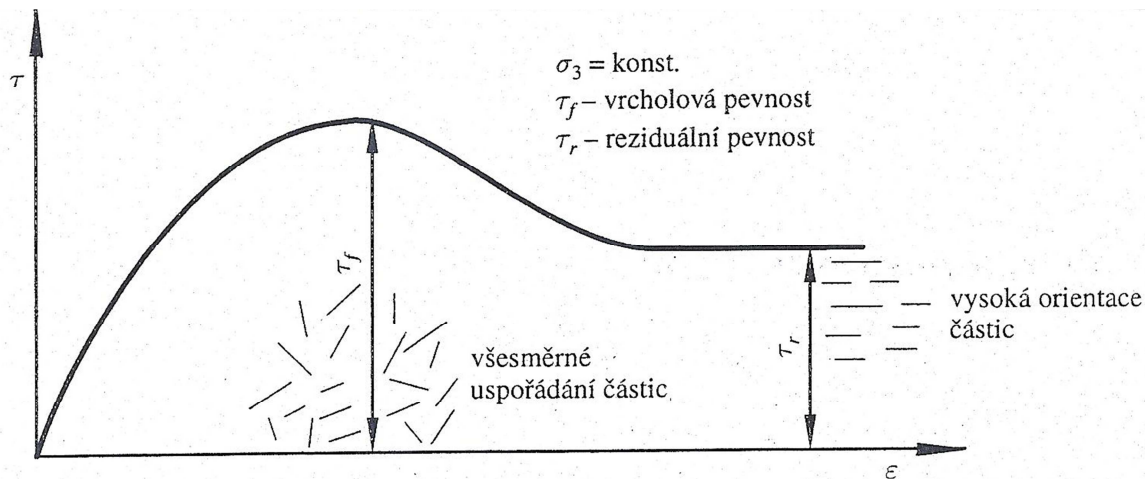


Mohr-Coulombovo zobrazení

Coulombova přímka je obalovou čárou Mohrových kružnic, které znázorňují stav napjatosti na mezi porušení. Pro zvolené napětí  $\sigma_3$  můžeme najít pouze jednu hodnotu  $\sigma_1$ , při které dojde k porušení.

Pod pojmem smyková pevnost zemin rozumíme největší, maximální, tzv. \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_  $\tau_f$ . Při této hodnotě dochází k porušení – vytvořením smykové plochy. Po dosažení této maximální hodnoty  $\tau_f$  se odpor zeminy většinou zmenšuje a postupně dojde k ustálení na zbytkovou, neboli \_\_\_\_\_  $\tau_r$ .



Přetvárný diagram pro  $\sigma_3 = \text{konst.}$

Stavy napjatosti v zemině, kdy smyková napětí  $\tau < \tau_f$  jsou bezpečné, nevedou k porušení.

Pokud  $\tau = \tau_f$ , tzn., pokud se Mohrova kružnice dotýká obalové čáry M, je dosaženo mezního stavu napětí, nastává mezní rovnováha, tzn., že stav napjatosti je na mezi porušení.

Stav  $\tau > \tau_f$  nemůže nastat, protože při napětí  $\tau = \tau_f$  se již zemina poruší smykem.

Z Coulombova vztahu je patrné, že pevnost zeminy ve smyku závisí na:

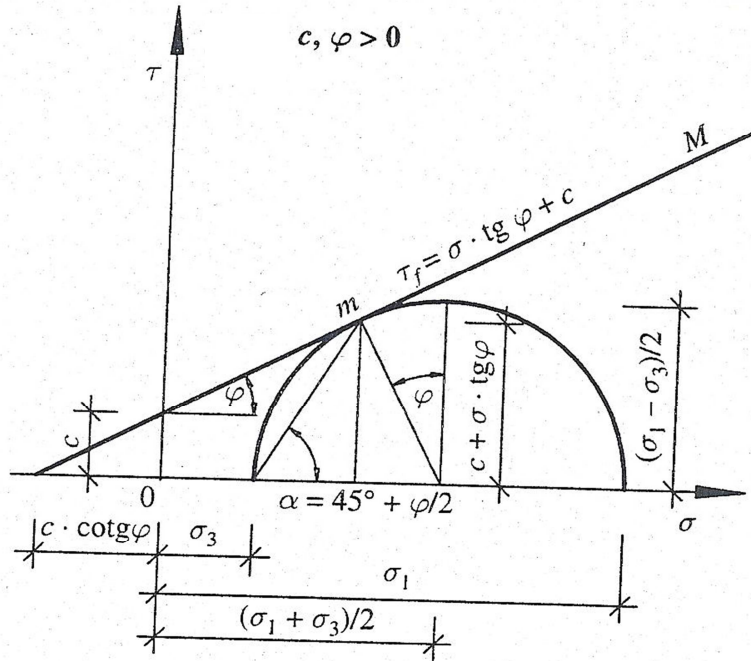
- **Vlastnostech zeminy, které jsou charakterizované parametry smykové pevnosti zemin.**
- **Velikost normálového napětí působícího kolmo na smykovou plochu**

Parametry smykové pevnosti jsou:

- **Úhel vnitřního tření  $\varphi$**
- **Soudržnost (koheze)  $c$**

## Soudržné zeminy

U soudržných zemín je zdrojem smykové pevnosti **vnitřní tření mezi zrny  $\varphi$  a soudržnost  $c$** . Podstata soudržnosti je ve vzájemných vazbách jednotlivých částic s vodou a vyjadřuje se jako smyková pevnost při normálovém napětí  $\sigma = 0$ .



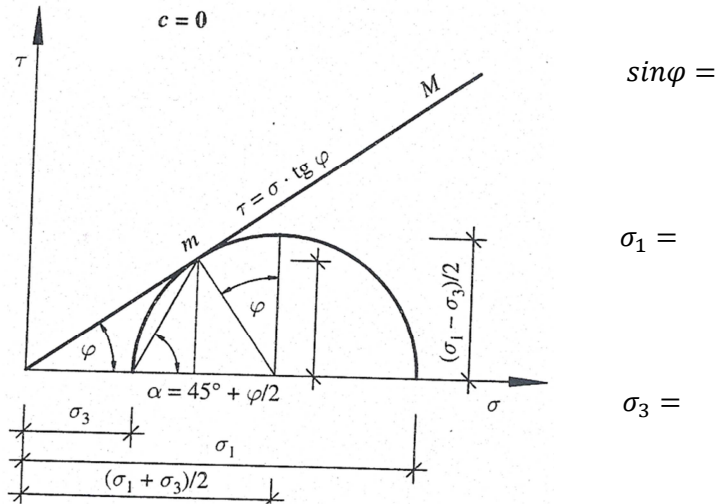
$$\sin \varphi =$$

$$\sigma_1 =$$

$$\sigma_3 =$$

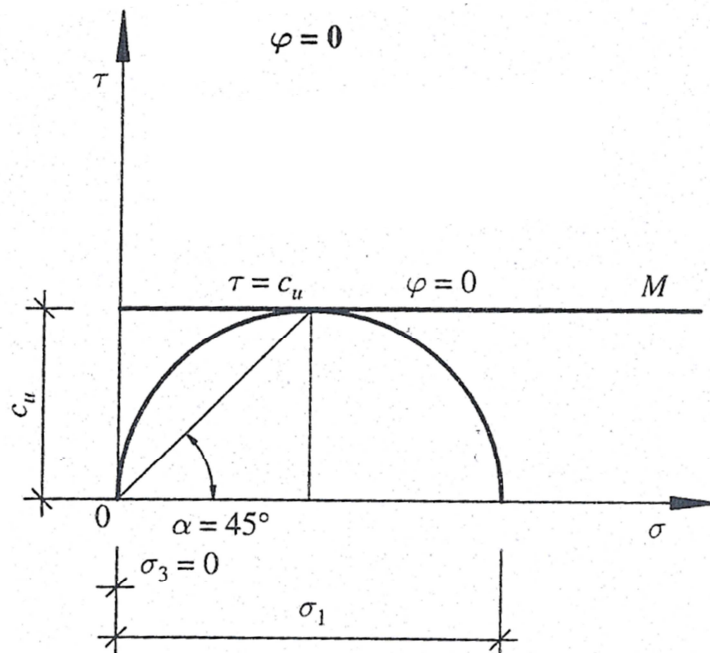
## Nesoudržné zeminy

U nesoudržných zemín je zdrojem smykové pevnosti jen **vnitřní tření mezi zrny skeletu**, reprezentované **úhlem vnitřního tření  $\varphi$** . U písků existuje tzv. nepravá soudržnost, která je dána kapilárními silami.

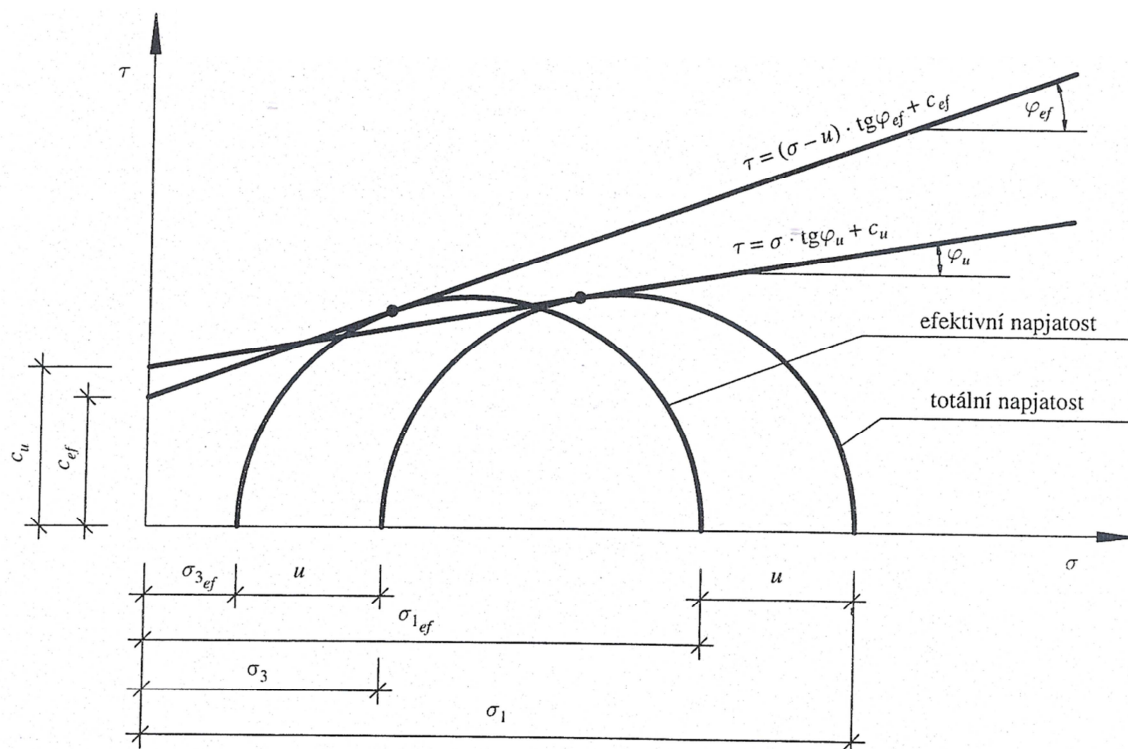


## Ideálně soudržné zeminy (nasyčené jíly)

Pro ideálně soudržné zeminy je pevnost charakterizována pouze **totální soudržností (kohezí)  $c_u$** .



## Totální a efektivní parametry pevnosti



**Totální parametry  $c_u$ ,  $\varphi_u$  zjistíme pomocí nekonsolidovaných, neodvodněných zkoušek.** Během zkoušky se nemění obsah vody v pórech zeminy (nemění se objem vzorku zeminy, pouze tvar), zeminu porušujeme v nekonsolidovaném stavu.

$$\tau =$$

Totální parametry  $c_u$ ,  $\varphi_u$  platí tedy pro danou ulehlost a vlhkost zeminy a můžeme je používat pro zatěžovací stavy, kde nedochází ke změně těchto hodnot.

**Efektivní parametry  $c_{ef}$ ,  $\varphi_{ef}$  určíme buď:**

- Z konsolidovaných odvodněných zkoušek
- Ze zkoušek konsolidovaných neodvodněných, kdy měříme pórový tlak.
- 

$$\tau =$$

Efektivní parametry charakterizují zeminu, na kterou působí zatížení tak dlouho, že zatížení přenášejí pouze zrna zeminy a neutrální napětí (pórový tlak) kleslo prakticky na nulu a konsolidace probíhá v převážné míře během stavby.



## Základní typy standardních smykových zkoušek

Podle toho, které parametry pevnosti potřebujeme získat, rozlišujeme následující typy zkoušek:

1. Smyková zkouška **neodvodněná, nekonsolidovaná (typ UU)**, při níž nedochází k odvodnění vzorku a ani k poklesu pórového napětí ve vzorku. Dostaneme **totální parametry smykové pevnosti**  $c_u, \varphi_u$ .
2. Smyková zkouška **konsolidovaná, odvodněná (typ CD)**, při níž je vzorek plně konsolidován a nanášení smykové napětí je tak pomalé, že velikost pórového tlaku má nulovou hodnotu. Výsledkem jsou **efektivní parametry smykové pevnosti**  $c_{ef}, \varphi_{ef}$ .
3. Smyková zkouška **konsolidovaná, neodvodněná, s měřením pórového tlaku (typ CIUP, CAUP)**. Vzorek zeminy je konsolidován na jistý stav napětí a usmýknut při jiném napětí. Při této zkoušce měříme navíc pórový tlak. Veškeré systémy odvodnění jsou během smykání uzavřené. Pórový tlak se měří u jednoho z čel zkušební vzorku. **Dostaneme jak totální, tak efektivní parametry pevnosti.**

typ zkoušky mezinárodní označení	název zkoušky (symbol)	výsledné parametry smykové zkoušky	zeminy	typ smykového přístroje
UU	nekonsolidovaná U neodvodněná U		soudržná	triaxiální přístroj
CIUP	konsolidovaná C izotropně I neodvodněná U s měřením pórového tlaku P		soudržná	triaxiální přístroj (zkoušky dlouhodobé, 1 – 2 týdny), je vhodný automatizovaný triax. přístroj
CAUP	konsolidovaná C anizotropně A neodvodněná U s měřením pórového tlaku P		soudržná	triaxiální přístroj (zkoušky dlouhodobé, 1 – 2 týdny), je vhodný automatizovaný triax. přístroj
CD	konsolidovaná C odvodněná D		nesoudržná	smykový krabicový přístroj

## Smykové přístroje

Typ a průběh zkoušky volíme podle podmínek, za jakých bude zeminy ve skutečnosti namáhána. Zda je možná konsolidace, zda přitěžujeme nebo odlehčujeme, u jílu, zda byl překonsolidován apod.:

- \_\_\_\_\_ pro stanovení smykové pevnosti soudržných zemín v celém rozsahu základních typů standardních zkoušek
- \_\_\_\_\_ pro zjištění smykových parametrů nasycených jílu
- \_\_\_\_\_ pro pevnost nesoudržných i soudržných zemín.

## Triaxiální smykový přístroj

Klasický triaxiální smykový přístroj umožňuje zkoušet zeminy za osově symetrického stavu, tzn.  $\sigma_2 = \sigma_3$ . Při triaxiální zkoušce je válcový zkušební vzorek zeminy namáhán v triaxiálním přístroji rostoucím osovým napětím, tzv. deviátorem napětí ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ), za konstantního plášťového napětí  $\sigma_3 \approx \sigma_2$ , do porušení.

Axiální napětí působí prostřednictvím zatěžovacího pístu a komorového hydraulického tlaku (deviátor napětí  $\sigma_1 - \sigma_3$ ). Plášťové napětí  $\sigma_3 = \sigma_2$  (dále jen  $\sigma_3$ ) je rovno komorovému hydrostatickému tlaku.

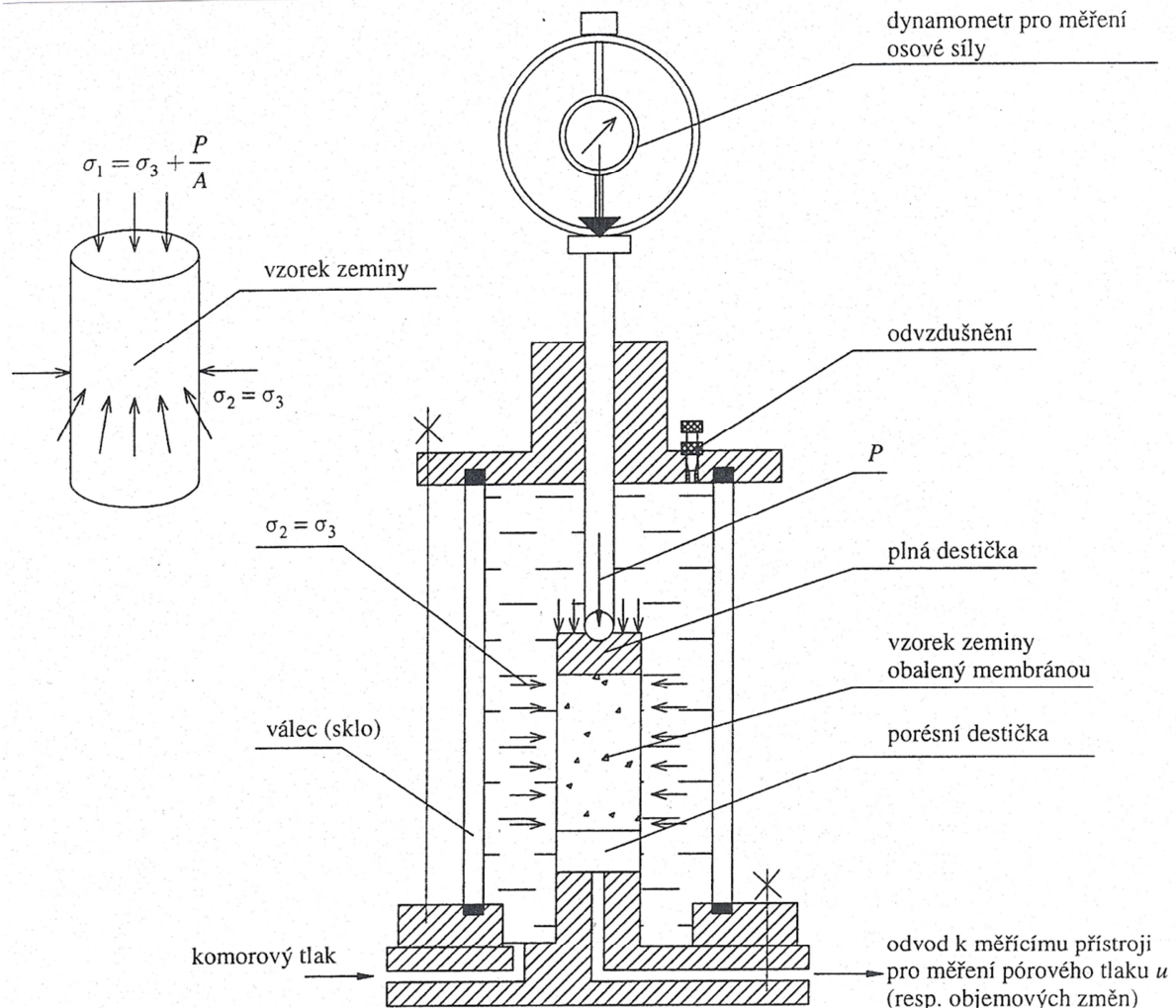
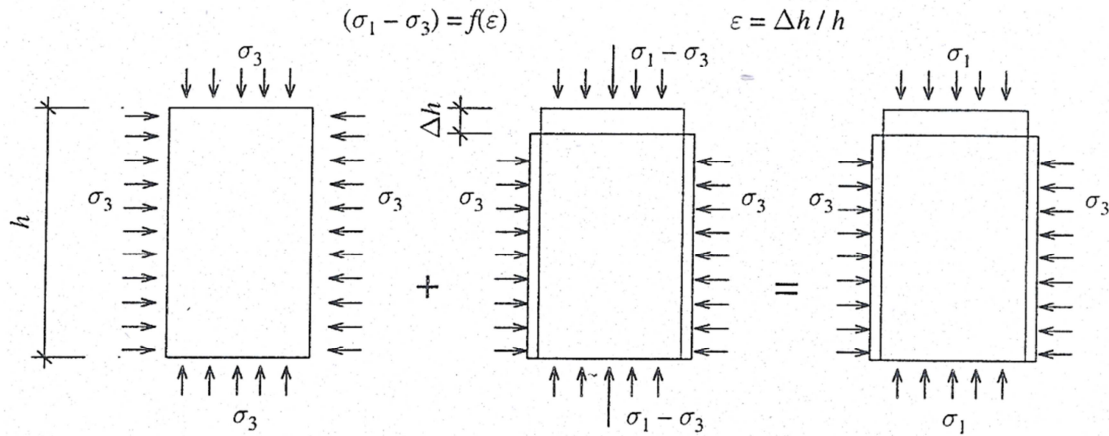


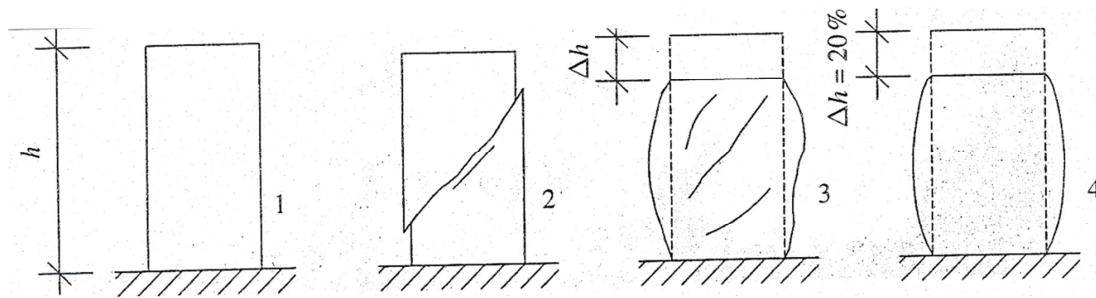
Schéma triaxiální komory



1. fáze izotropní konsolidace  
(příp. izotropní konsolidace)

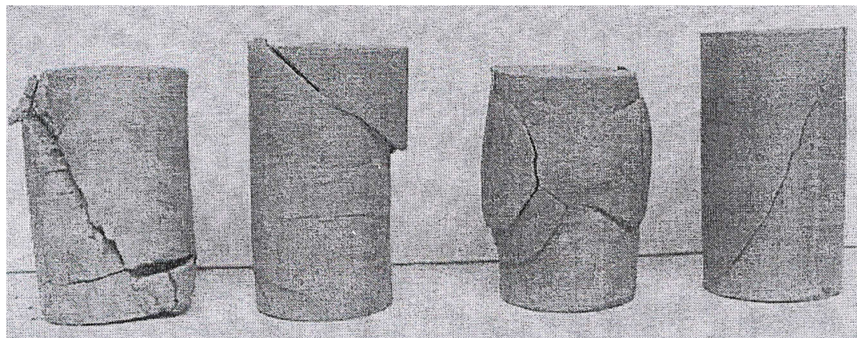
2. fáze – zatěžování  
deviátorem napětí v čase  $t_i$

Schéma zatěžování vzorku zeminy komorovým tlakem a porušování vzorku vzrůstajícím deviátorem napětí ( $\sigma_1 - \sigma_3$ ).



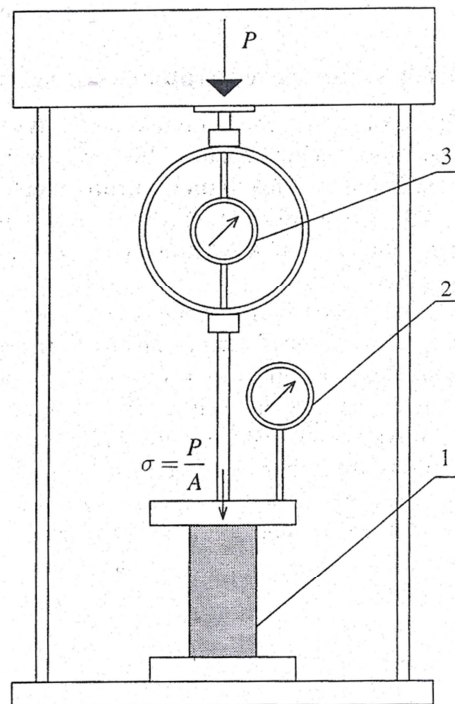
Různé typy porušení vzorků po triaxiální zkoušce:

- 1 – vzorek zeminy před zkouškou,
- 2 – porušení vzorku smykovou plochou,
- 3 – soudkovité rozšíření se smykovými plochami,
- 4 – 20%-ní deformace vzorku u plastických zemin



Porušení vzorků zemin po triaxiální zkoušce

## Prostý tlakový přístroj



Přístroj pro prostou tlakovou zkoušku:

1 – vzorek zeminy

2 – indikátor pro měření svislé deformace

3 – dynamometr s indikátorem pro měření osové síly

Pevnost v prostém tlaku je zatížení, přepočítané na plochu vzorku při **jednoosém tlaku**, při kterém nastane porušení. Komorový tlak  $\sigma_3 = 0$ . Za porušení se považuje stav, kdy bylo dosaženo buď maximální hodnoty napětí  $\sigma_1$ , neb osové deformace rovné 15%, příp. 20% původní výšky zkušební vzorku.

Zkouška je vhodná pro vodou nasycené jílovité zeminy a jíly. Je to zkouška nekonsolidovaná, neodvodňená, kterou volíme v případech, kdy neuvažujeme konsolidaci zeminy. Zjistíme totální pevnost vyjádřenou hodnotou  $c_u$ , za podmínky, že  $\phi_u = 0^\circ$ .

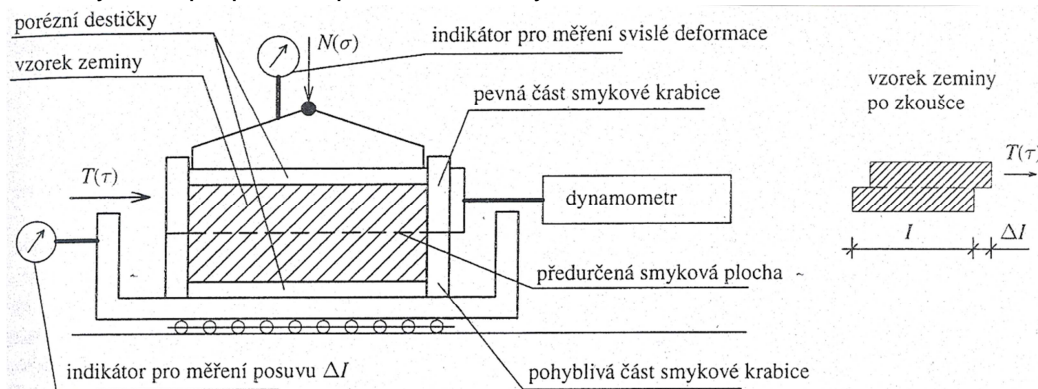
U plastických zemin nebývá dosažení maximálního zatížení vždy patrné. V takových případech, kdy deformace stále vzrůstá (vzorek soudkovatí), pokládá se za porušení stav, při kterém svislá deformace dosáhne 20 % původní výšky vzorku.

## Smykový krabicový přístroj

Zkoušky provádíme zpravidla jako \_\_\_\_\_.

Je charakterizována tím, že při vznikající změně napjatosti do stavu porušení se tlak vody v pórech prakticky neprojevuje. Výsledek zkoušky vyjadřujeme \_\_\_\_\_.

Pro tuto zkoušku je typické, že je **předurčena smyková plocha** – vzorek zeminy vložen mezi pohyblivou a pevnou část smykové krabice. Konsolidace je umožněna uložení vzorku zeminy mezi propustné, porézní destičky.



Smykový krabicový přístroj

Smýkání vzorku je možno provádět dvěma způsoby:

- \_\_\_\_\_ – pohyblivá část smykové krabice se pohybuje danou rychlostí a měří se výsledná síla
- \_\_\_\_\_ – síla se postupně zvětšuje a měří se výsledné posuny

Smykové zkoušky se provádějí po předběžném zatížení vzorku normálovým napětím  $\sigma$  na vzorcích neporušených, nebo porušených a ztuhnutých na požadovanou ulehlost při dané vlhkosti.

Smyková pevnost zeminy je smykové napětí  $\tau$ , při němž se vzorek zeminy usmýkl při stálém efektivním normálovém napětí  $\sigma$ . Platí, že

$$\tau =$$

$$\sigma =$$

T – smyková síla na smykové ploše

N – normálová síla ke smykové ploše

A – velikost smykové plochy

Při zkoušce s řízenou deformací se pohyblivá část smýkací krabice pohybuje takovou rychlostí, aby pórový tlak způsobený smykovým napětím se zmenšil během zkoušky alespoň o 95%.

Orientační rychlosti smýkání:

- 0,005 až 0,01 mm/min - zeminy s vysokou plasticitou
- 0,05 mm/min - zeminy se střední plasticitou
- 0,01 mm/min - zeminy s nízkou plasticitou
- 0,1 mm/min - sypké zeminy



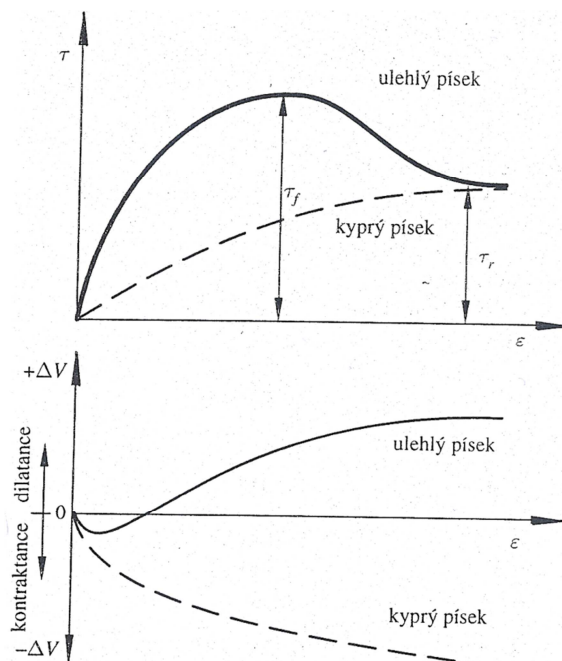
# Smyková pevnost nesoudržných zemin

## Dilatance, kontraktance

U ulehlého písku se po počátečním stlačení vzorku začíná svislá deformace zvětšovat. Je to způsobeno tím, že u hutných zemin s vnitřní strukturou se při smykovém namáhání zaklesnuté částice natáčejí a přesouvají přes sebe. Tím se zeminy podél smykové plochy nakypřuje, kolmo ke smykové ploše se zvětšuje objem.

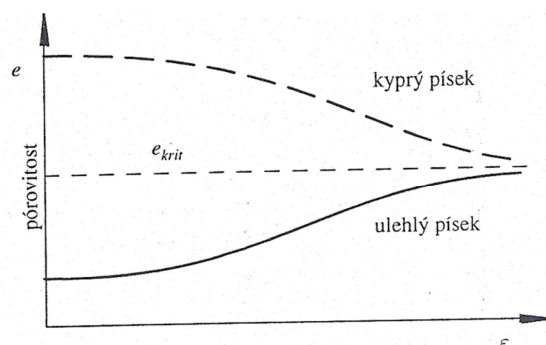
\_\_\_\_\_ při namáhání smykem – jev \_\_\_\_\_ – ulehlé (hutné) materiály. Dilatance podstatně zvyšuje úhel pevnosti ve smyku u ulehlých písků.

U kyprého písku se zrna v oblasti smyku posouvají a získávají ulehlejší polohu. Tento jev \_\_\_\_\_.



## Kritická pórovitost

Po překročení maximální pevnosti jak smykové napětí, tak i dilatance nabývají stálé hodnoty, která se v průběhu dalšího přetváření nemění. Pro dané normálové napětí nabývá pórovitost v zóně smykové plochy hodnotu, která je nezávislá na počáteční pórovitosti. Tuto hodnotu Casagrande označil jako **kritickou pórovitost**.



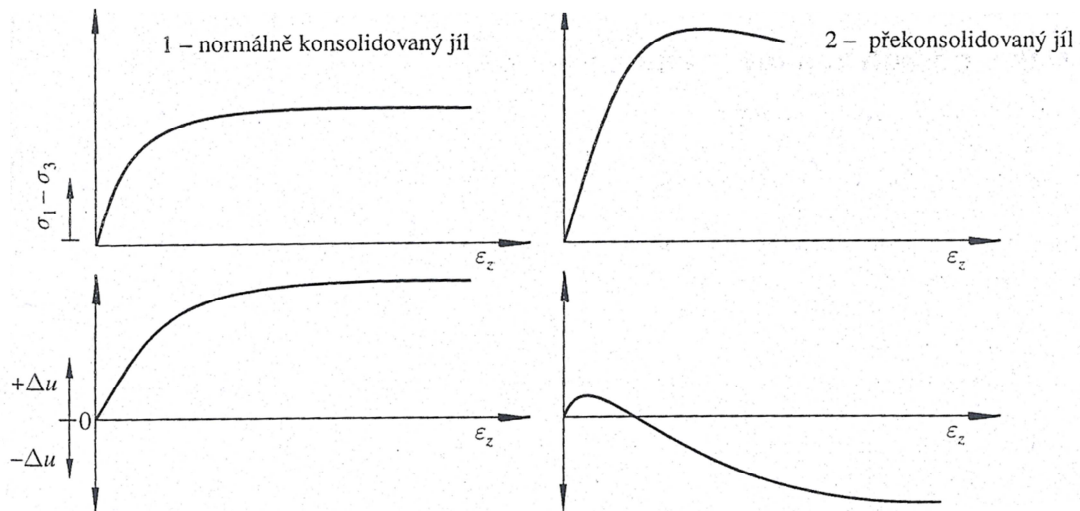
Závislost smykového odporu, svislé deformace a pórovitosti na smykovém posunu pro kyprý a ulehlý písek

## Smyková pevnost zemin soudržných

Obdobné rozdíly jako u zemin nesoudržných lze sledovat i pro jíly normálně konsolidované a překonsolidované.

U zemin překonsolidovaných dochází v oblasti smykové zóny k vývinu podtlaku (negativního pórového tlaku), který má vliv na zvýšení efektivních napětí a tím na zvýšení poměrného přetvoření, při němž dojde k porušení.

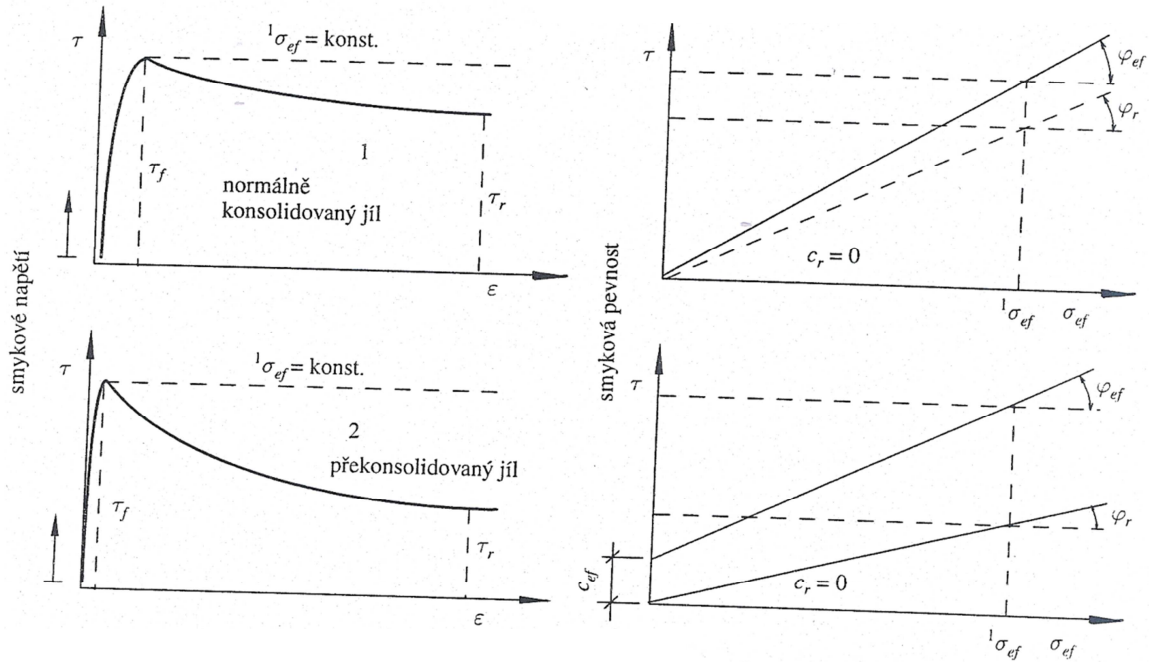
U normálně konsolidovaných zemin vynikají kladné pórové tlaky.



Výsledky triaxiální zkoušky s měřením pórového tlaku CIUP:

1 – normálně konsolidovaný jíl; 2 – překonsolidovaný jíl

# Reziduální smyková pevnost



Typický výsledek krabicové smykové zkoušky CD:

1 – pro jíl normálně konsolidovaný; 2 – překonsolidovaný jíl

Z výsledku krabicové odvodněné smykové zkoušky pro jíl překonsolidovaný a normálně konsolidovaný je zřejmé, že překonsolidované zeminy vykazují významnější rozdíl mezi pevností vrcholovou a reziduální než u zemin normálně konsolidovaných.

Míru poklesu pevnosti z vrcholové na reziduální je možné charakterizovat indexem křehkosti  $I_B$  podle Bishopa:

$$I_B = \frac{\tau_f - \tau_r}{\tau_f}$$



# Tlak v pórech zeminy a jeho stanovení

Při změnách stavu napjatosti se v zemních tělesech změní smykové napětí okamžitě, ale efektivní napětí jen postupně a to souběžně se změnami napětí neutrálních.

Při hledání souvislosti mezi velikostí tlaku vzduchu a vody v pórech zeminy a namáháním je potřeba rozlišovat:

- **Případ plně nasycené zeminy**
- **Případ částečně nasycené zeminy** (voda vyplňuje pouze část pórů a část vyplňuje vzduch nebo plyny).

Bishop doporučil pro částečně nasycené zeminy rovnici

$$\sigma_{ef} = \sigma - u_a + \chi \cdot (u_a - u_v)$$

\_\_\_\_\_ – napětí v plynné fázi pórů

\_\_\_\_\_ – napětí v kapalně fázi

Napětí  $u_a$  je vždy větší než  $u_v$ . Součinitel  $\chi$  je funkcí stupně nasycení a struktury partikulární látky.

\_\_\_\_\_ – pro nasycené zeminy

\_\_\_\_\_ – pro vysušené

Je-li  $S_r$  v rozsahu 0,85 – 1. Lze uvažovat s hodnotou součinitele  $\chi = 1$ .

W. A. Skemton oddělil účinek všesměrného napětí  $\Delta\sigma_2 = \Delta\sigma_3$  a změny deviátoru napětí ( $\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3$ ) a příslušné změny tlaku v pórech zeminy vyjádřil **pomocí dvou empirických koeficientů A a B**:

$$\Delta u = B \cdot (\Delta\sigma_3 + A \cdot (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3))$$

**A, B** – jsou součinitelé pórového tlaku.

Součinitel pórového tlaku **B** vyjadřuje vliv všesměrného napětí na změnu tlaku vody v pórech zeminy, takže:

$$\Delta u = B \cdot \Delta\sigma_3$$

Koeficient pórového tlaku **B** určíme z první fáze triaxiální zkoušky typu CIUP (konsolidované, neodvodněné, s měřením pórového tlaku), kdy za neodvodněných podmínek zvyšujeme komorový tlak  $\Delta\sigma_3$  a měříme přírůstek pórového tlaku  $\Delta u$ .

\_\_\_\_\_ pro nasycené a málo propustné zeminy (celá změna objemu je na úkor objemu pórů a voda je prakticky nestlačitelná).

\_\_\_\_\_ pro částečně nasycenou zeminu, tzn. pro zeminu s klesajícím stupněm nasycení a zvětšující se propustnost.

Koeficient pórového tlaku **A** určujeme z další fáze zkoušky a to z fáze nanášení deviatoru napětí. Jelikož koeficient je proměnný (v závislosti na velikosti působícího napětí) tak se hodnoty koeficientu pórového tlaku **A** uvádí nejčastěji při porušení – **označení  $A_f$** .

U hornin s dilatancí je  **$A_f$**  menší než 1/3 (až -0,5). Podtlak vody v pórech zeminy ve vyvíjející se smykové ploše se průběh doby zmenší tím, že se nasaje voda z okolí smykové plochy zeminy. Tím se vysvětluje, proč u pevnějších, zpravidla dilatantních, jílovitých zemín je dlouhodobá pevnost menší než standardní (krátkodobá).

Koeficient  **$A_f$**  závisí také na součiniteli překonsolidace (poměr překonsolidačního napětí na zeminu a napětí, jímž byla zemina konsolidována před namáháním smykem). Normálně konsolidované jíly mají  **$A_f = 1$** , u překonsolidovaných zemín má  **$A_f$**  záporné hodnoty, jak ukázali A. W. Bishop a I. Bjerrun.

součinitel překonsolidace	1	2	4	8	16	32
<b><math>A_f</math></b>	0,9	+0,35	0	-0,2	-0,3	-0,4

U písku je velikost součinitele  **$A_f$**  ovlivněna především pórovitostí. L. Bjerrun, S. Kringstad a O. Kummeneje zjistili pro jemný nasycený písek velikost součinitele  **$A_f$**  při počáteční pórovitosti **n**.

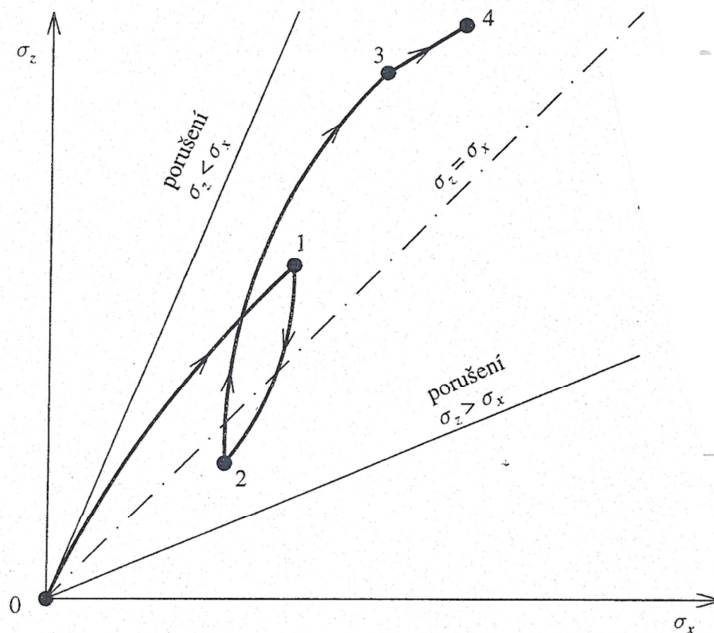
<b>n [%]</b>	36	40	44	48
<b><math>A_f</math></b>	-0,35	-0,25	0	+2,3

Hodnoty parametru  **$A_f$**  uvádí Bishop s Henkrl

zemina	<b><math>I_p</math></b>	<b><math>A_f</math></b>
mořský jíl	60	1,3
aluviální písčitý jíl	18	+0,47
kyprý písek	-	+0,08
ulehlý písek	-	-0,32
weald jíl prohnětený – normální konsolidace	25	+0,94
weald jíl neprohnětený – normální konsolidace	25	-0,62

## Využití drah napětí

Při provádění laboratorních smykových zkoušek je maximální snahou vyvodit takové okrajové podmínky, které co nejvíce odpovídají podmínkám skutečným. Pro náročné stavby provádíme speciální řízené zkoušky, při kterých se snažíme, co nejlépe vystihnout proces zatěžování resp. odlehčování. Pro vyjádření historie napětí je vhodná metoda dráhy napětí.



- 0 – 1 anizotropní konzistence,
- 1 – 2 odlehčení výkopem stavební jámy
- 2 – 3 přetížení stavební konstrukcí
- 3 – 4 přetížení zásypem stavební jámy

# Opakování

\_\_\_\_\_ je vrcholem Mohrovy kružnice, je to tedy bod s největším smykovým napětím. Souřadnice bodu jsou

$$p = \quad \quad \quad q =$$

Mění-li se napjatost elementu, posouvá se bod napětí z výchozího stavu do stavu konečného přes řadu mezi-stavů.

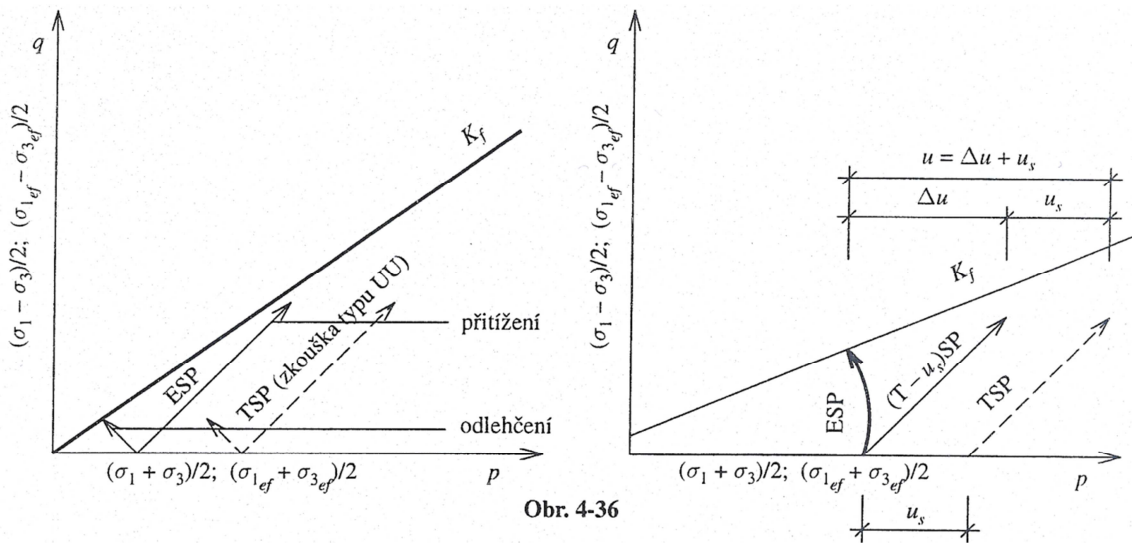
\_\_\_\_\_ je trajektorie bodů maximálních smykových napětí působících na element při přechodu z jednoho stavu napjatosti do dalšího.

Protože víme, že mechanické vlastnosti zemin závisí kromě jiných okrajových podmínek také na změnách stavu napjatosti, které na zeminu v minulosti působily, jsou dráhy napětí grafickým vyjádřením historie napětí.

V souladu s principem efektivních napětí můžeme změnu napjatosti vyjádřit pomocí těchto drah napětí

- \_\_\_\_\_ vyjádřené efektivními hlavními napětími z odvodněných zkoušek

$$p = \frac{\sigma_{1,ef} + \sigma_{3,ef}}{2} \quad \quad \quad q = \frac{\sigma_{1,ef} - \sigma_{3,ef}}{2}$$



- \_\_\_\_\_ - vyjádřené totálním napětím z neodvodněných zkoušek

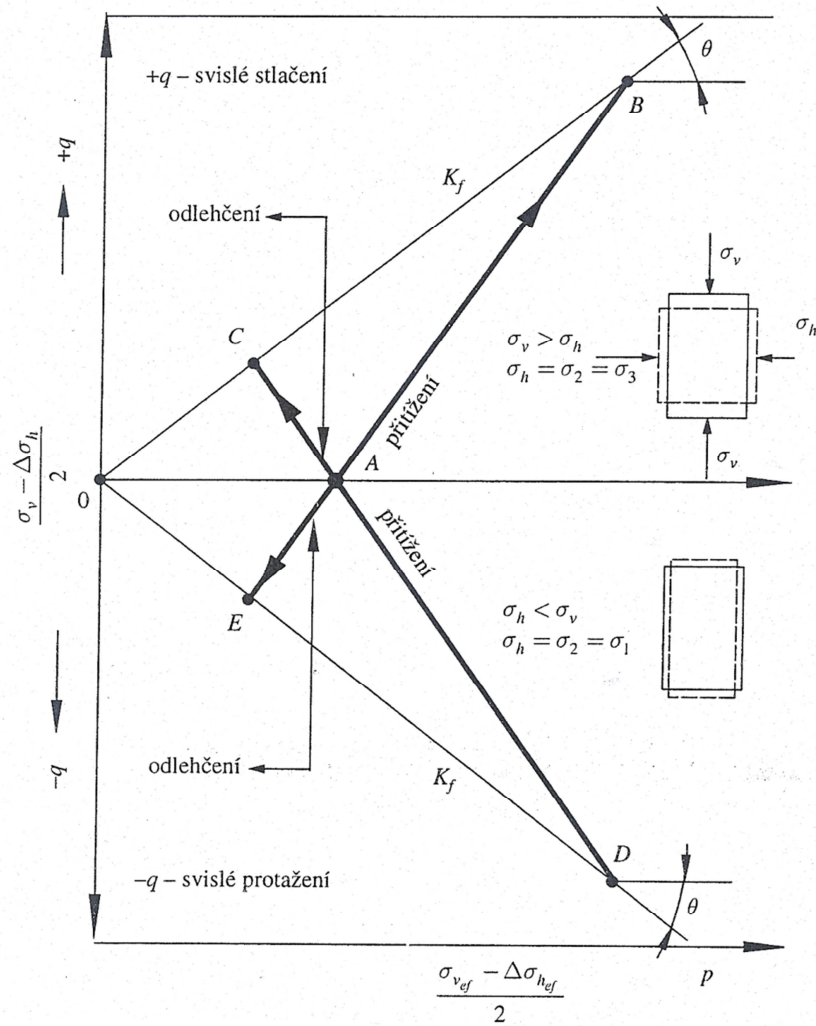
$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_3}{2} \quad \quad \quad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$

- \_\_\_\_\_ představované triaxiálními, konsolidovanými, neodvodněnými zkouškami s měřením pórového tlaku zeminy

$$p = \frac{(\sigma_1 - u_s) + (\sigma_3 - u_s)}{2} \quad \quad \quad q = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2}$$



Bod A reprezentuje konec první fáze izotropní konsolidace. Čáry, které vycházejí z bodu A představují čtyři efektivní dráhy napětí (ESP) pro standartní triaxiální zkoušku CAD, která je možno provádět v osově symetrickém triaxiálním přístroji.



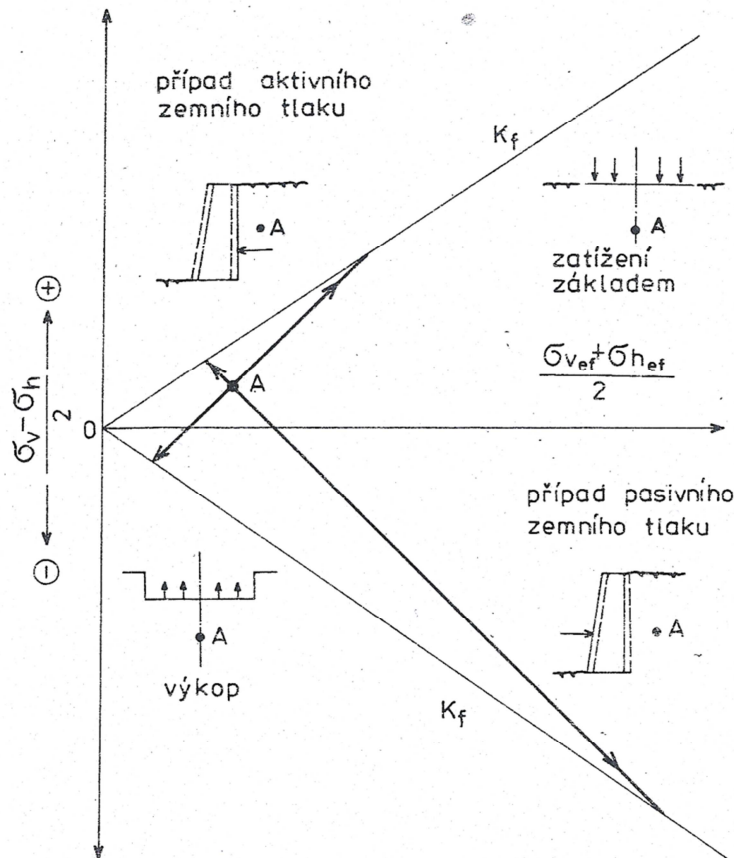
$\sigma_v$  – svislé efektivní hlavní napětí

$\sigma_h$  – vodorovné efektivní hlavní napětí

+q – svislé stlačení

-q – svislé protažení

U zkoušky CAD s anizotropní konsolidační fází leží výchozí bod A mimo osu hlavního napětí. Na obrázku jsou ukázány základní praktické případy, u nichž se lze uvedenými základními dráhami napětí setkat.



Zkoušky sledující uvedené dráhy napětí nemají za účel pouze stanovit smykové parametry, ale taky sledovat deformace nutné pro dosažení stavu porušení, zkoušky CIUP (CAUP) sledují také různý vývoj pórového tlaku.