

**Vysoká škola báňská - technická univerzita**

**Katedra geotechniky a podzemního  
stavitelství**

**Podzemní stavitelství**  
**PŘEDNÁŠKY**

# 10. ZÁKLADNÍ TEZE MECHANIKY PODZEMNÍCH KONSTRUKCÍ

## 10.1. Základní parametry hornin a zemin

Fyzikálně – mechanické vlastnosti hornin a zemin

- parametry získávané v laboratoři nebo in situ
- rozlišujeme vlastnosti
 

fyzikální	- např. $\gamma$ , $\rho$ , $\nu$ ...
převárné	- např. $E$ , $\mu$ , $G$ ...
pevnostní	- např. $c$ , $\varphi$ ...

### Stanovení základních převárných veličin:

- modul pružnosti  $E$  a převárnosti  $E_{def}$ , poissonovo číslo  $\mu$ :

$$E = tg\alpha = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon_{pr}}$$

$$E_{DEF} = tg\beta = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon}$$

$$\mu = \frac{\varepsilon_{pr}}{\varepsilon_{pod}}$$

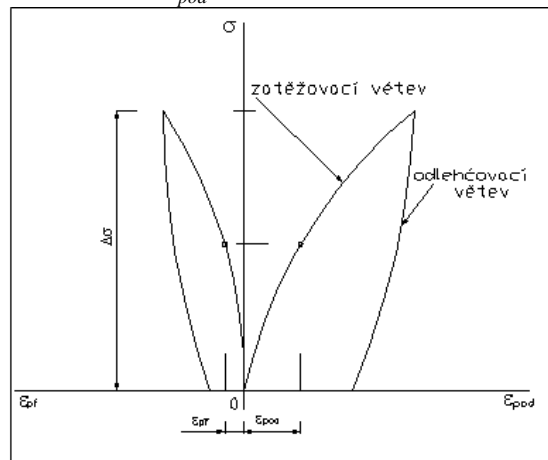
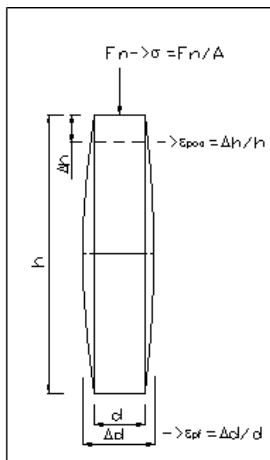
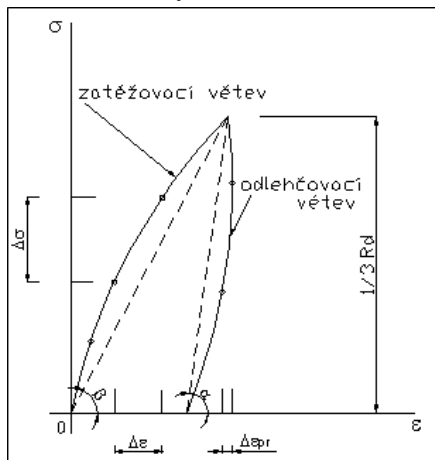
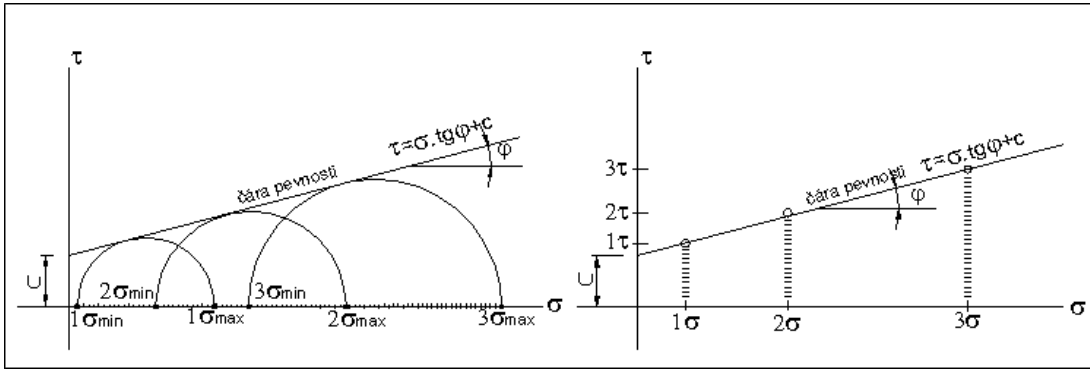


Schéma postupu stanovení  $E$  a  $E_{def}$  ze zkoušky v jednoosém tlaku Pracovní diagram pro stanovení poissonova čísla  $\mu$

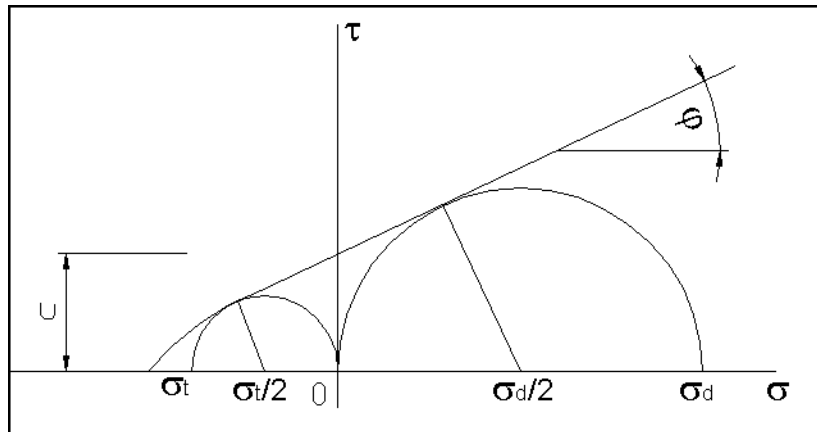
Hookův zákon platící v lineární oblasti udává vztah mezi napětím a přetvořením

$$\varepsilon_{pod} = \frac{\Delta h}{h} = \frac{\sigma}{E}; \quad \varepsilon_{pr} = -\mu \cdot \frac{\sigma}{E}$$

-soudržnost  $c$  a úhel vnitřního tření  $\varphi$ :



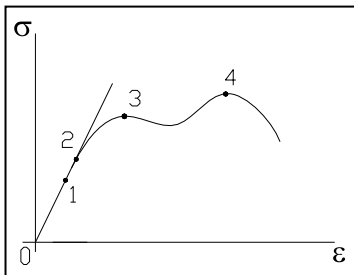
Stanovení  $c$  a  $\phi$  z mezní obalové čáry smykové pevnosti



Stanovení  $c$  a  $\phi$  z tlakové a tahové pevnosti

### Podmínky plasticity a teorie porušení

Deformační diagram - znázorňuje hranice mezních stavů

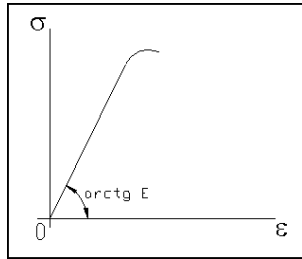


- 1 - mez úměrnosti
- 2 - mez pružnosti
- 3 - mez plasticity
- 4 - mez pevnosti

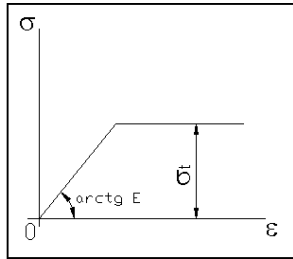
- pozn.: v lineární části platí Hookův zákon

Pevnost materiálu může být vyčerpána - usmýknutím (plastické porušení)  
 - odtržením (křehké porušení)

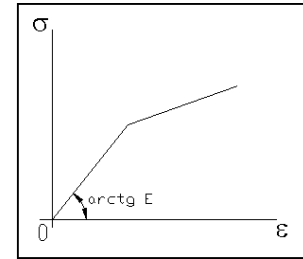
Z hlediska deformačních vlastností dělíme horniny na:



křehké



pružně-plastické bez zpevněn

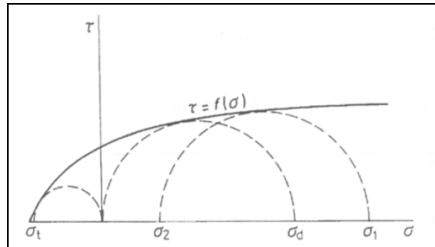


pružně-plastické se zpevněním

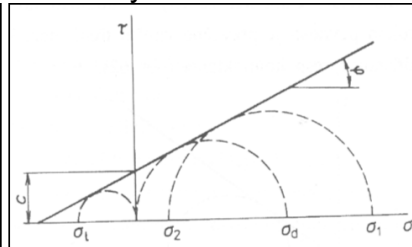
## Základní teorie plasticity a porušení:

### 1. Mohrova podmínka pevnosti a plasticity

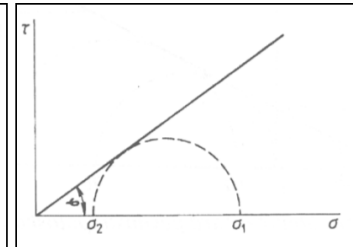
- porušení nastává podél kluzné plochy
- porušení závisí na tangenciální i normálové složce napětí
- graficky se podmínka vyjadřuje obalovou křivkou Mohrových kružnic
- porušení nastane, když maximální Mohrova kružnice působících napětí protne obalovou křivku
- dle tvaru obalové křivky rozeznáváme:



Horniny skalní



Horniny poloskalní  
Zeminy soudržné



Horniny sypké a úlomkovité  
Zeminy nesoudržné

### 2. Teorie maximálních hlavních (normálových) napětí - Galileiova

- porušení nastává v bodě, kde velikost hlavního normálového napětí překročí mezní hodnotu napětí pro porušení nebo tečení při jednoosé napjatosti
- zanedbává vliv ostatních napětí

$$\sigma_1 > \sigma_3 > 0, \text{ pak } \sigma_1 \leq \sigma_d$$

$$\sigma_1 > \sigma_3 < 0, \text{ pak } |\sigma_3| \leq \sigma_t$$

### 3. Teorie maximálních tangenciálních napětí - Tresca

- je charakterizována stálou hodnotou tangenciálních napětí, a porušení nastane, když maximální hodnota smykového napětí překročí hodnotu mezní pro porušení nebo tečení při jednoosé napjatosti

### 4. Teorie maximálních prodloužení - Mariotte

- Porušení nastane v tom bodě, kde max. poměrné prodloužení překročí mezní prodloužení odpovídající napětí při jednoosém tahu.

### 5. Energetické teorie plasticity a porušení

- rozhodujícím činitelem porušení je měrná přetvárná práce vnitřním sil

## 10.2. Stav napjatosti v okolí podzemních děl

### A/ Primární stav napjatosti

- obvykle vycházíme z předpokladu **svislého primárního napětí  $p_z$**

### bočního primárního napětí $p_x$

$$p_z = \gamma \cdot h$$

$$p_x = K_b \cdot \gamma \cdot h, \text{ kde } K_b = \frac{\mu}{1 - \mu}$$

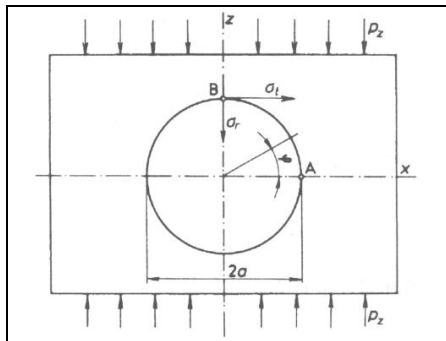
- u nesoudržných zemin někdy je koeficient bočního tlaku  $K_b$  stanovován z podmínky porušení při aktivním tlaku  $K_b = \tan^2(45 - \varphi/2)$
- při výpočtu napětí v okolí jam a šachtic uvažujeme ta napětí, která jsou kolmá k ose jámy a platí:  $p_x = p_y = K_b \cdot p_z$

### B/ Změna stavu napjatosti vlivem vybudování otvoru

- řešení rozdělení napětí dle teorie pružnosti, pro názornost a zjednodušení uvažujeme kruhový otvor

### Nevyztužený kruhový otvor v hloubce větší než $10D_0$

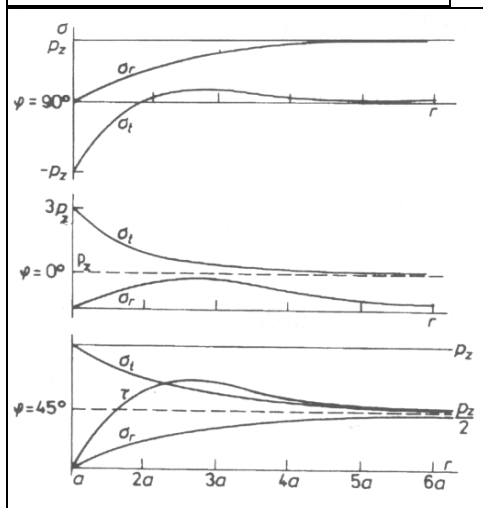
- vycházíme z Kirschova řešení a platnosti Airyho funkce
- z rovnic vyplývá, že po obvodě otvoru je  $\sigma_r$  a  $t = 0$
- - jestliže  $p_x = 0$ , pak pro **strop** nabývá  $s_t$  hodnoty  $-p_z \dots$  tah  
 pak pro **bok** nabývá  $s_t$  hodnoty  $+3p_z \dots$  tlak
- - z grafů plyne, že otvor ovlivní napjatost do vzdálenosti  $(5 \sim 6) \cdot r$



$$\sigma_r = \frac{p_z}{2} \cdot \left[ 1 + \frac{a^2}{r^2} + \left( 1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] + \frac{p_x}{2} \cdot \left[ 1 + \frac{a^2}{r^2} - \left( 1 + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right]$$

$$\sigma_t = \frac{p_z}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{a^2}{r^2} - \left( 1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right] + \frac{p_x}{2} \cdot \left[ 1 - \frac{a^2}{r^2} + \left( 1 - 4 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right) \cos 2\varphi \right]$$

$$\tau = \frac{p_z - p_x}{2} \cdot \left[ 1 + 2 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right] \sin 2\varphi$$



ovlivnění napjatosti kolem nevyztuženého otvoru

### Nevyztužený kruhový otvor v hloubce menší než 10D<sub>o</sub>

- musíme dbát na přesnější splnění okrajových podmínek
- napětí vychází z podmínek existence otvoru v „těžké“ polorovině s vlivem objemových změn

### Změna napjatosti u kruhového otvoru vlivem reakce výztuže

- předpokládejme  $q_z = p_z$  a  $q_x = p_x$  s opačným znaménkem u reakcí. Pak musíme získat součtem  $\sigma_{tp} + \sigma_{tq}$  v bodě A hodnotu  $p_z$  a v bodě B hodnotu  $p_x$ . Pro  $\sigma_{rp} + \sigma_{rq}$  naopak. Pak například pro body ležící na ose x platí:

$$\sigma_t = \frac{p_x - q_x}{2} \cdot \left[ \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right] + p_z + \frac{p_z - q_z}{2} \cdot \left[ \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right]$$

$$\sigma_r = p_x + \frac{p_x - q_x}{2} \cdot \left[ -5 \frac{a^2}{r^2} + 3 \frac{a^4}{r^4} \right] + \frac{p_z - q_z}{2} \cdot \left[ 3 \frac{a^2}{r^2} - 3 \frac{a^4}{r^4} \right]$$

### Stabilizační reakce výztuže kruhového díla pro přímkovou obalovou čáru

Z Mohrova zobrazení stavu napjatosti plyne:

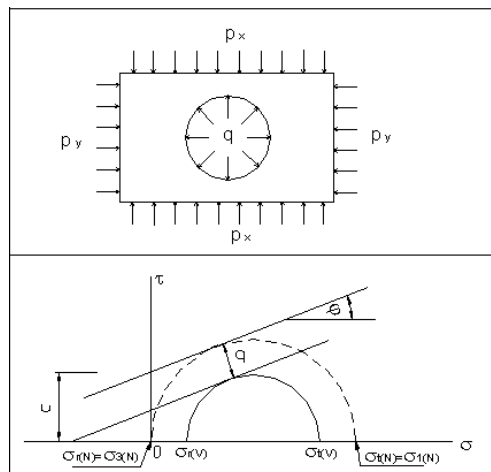
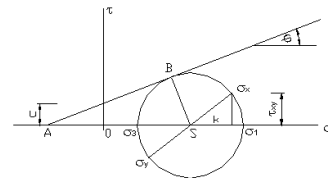
$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \pm r \Rightarrow \frac{\sigma_t + \sigma_r}{2} \pm \sqrt{\left( \frac{\sigma_t - \sigma_r}{2} \right)^2 + 4\tau^2}$$

$$\sin \varphi = \frac{BS}{AS} \Rightarrow \sigma_1 = \sigma_3 \cdot \operatorname{tg}^2(45 + \varphi/2) + 2c \cdot \operatorname{tg}(45 + \varphi/2)$$

$$\sigma_3 = \sigma_1 \cdot \operatorname{tg}^2(45 - \varphi/2) - 2c \cdot \operatorname{tg}(45 - \varphi/2)$$

Velikost potřebné stabilizační reakce výztuže  $q$  si ukážeme na svislé jámě kruhového průřezu:

- pro geostatické napětí platí:  $p_x = p_y = k_b \cdot g \cdot h$
- pro nevyztužený otvor platí:  $\sigma_{r(N)} = 0 = \sigma_{3(N)}$   
 $\sigma_{t(N)} = 2p_x = \sigma_{1(N)}$
- po vyztužení musí platit:  $\sigma_{r(V)} = q = \sigma_{3(V)}$   
 $\sigma_{t(V)} = 2p_x - q = \sigma_{1(V)}$ ,
- pak tedy  $q$  můžeme vyjádřit z:  $q = (2p - q) \cdot \operatorname{tg}^2(45 - \varphi/2) - 2c \cdot \operatorname{tg}(45 - \varphi/2)$

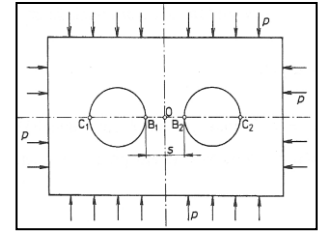


Velikost stabilizační reakce výztuže  $q$

## Změna stavu napjatosti u nevyztužených otvorů - specifické případy

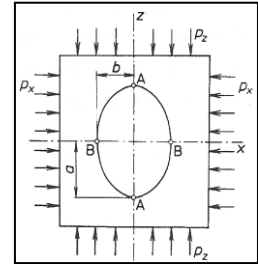
Dva kruhové otvory vedle sebe

- metoda superpozice - pro  $s \leq 3r$  ( pro O je např.  $\sigma_t = 2,87p$ )
- výhodná je MKP



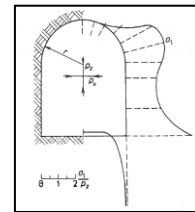
Eliptický otvor

- možné dosáhnou nižších napětí než o kruhového průřezu
- pro bod A platí  $\sigma_t = p_x \left(1 + 2 \frac{a}{b}\right) - p_z$  a B  $\sigma_t = p_z \left(1 + 2 \frac{b}{a}\right) - p_x$
- jestliže platí  $\frac{a}{b} = \frac{m-2}{2}$ , pak je v bodě A  $\sigma_t = 0$



Specifika dalších tvarů

- napjatost matematicky těžko stanovitelná
- u pravouhlých tvarů jsou napětí nejvyšší v rozích průřezu
- v posledních letech se s výhodou používá MKP



## 10.3. Teorie lineární dědičné plouživosti

**Plouživost** - vývoj deformace v čase při konstantním zatížení  $\varepsilon = f(\sigma = \text{konst}; t)$

**Relaxace**

- průběh napětí v čase při konstantní deformaci  $\sigma = f(\varepsilon = \text{konst}; t)$
- teorie lineární dědičné plouživosti umožňuje aplikaci vztahů odvozených pro pružnou napjatost ke zjištění časového průběhu přetvoření

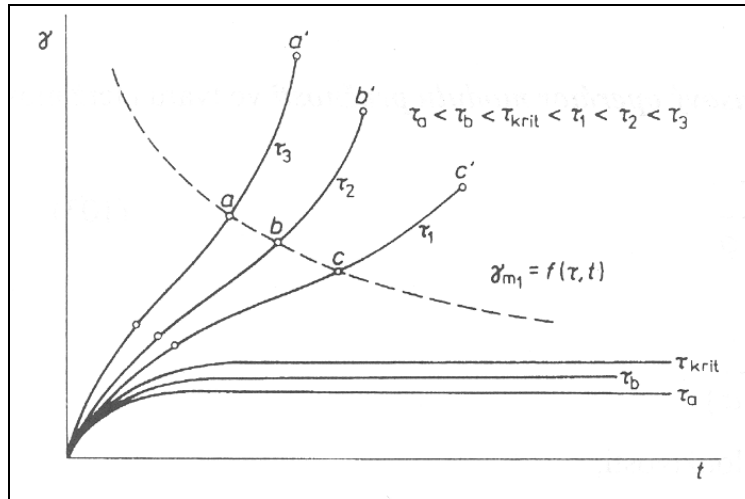
$$\varepsilon(t) = \frac{\sigma}{E_t}, \text{ kde } E_t = \frac{E}{1 + \phi} \quad \text{a} \quad \phi = \frac{\delta \cdot t^{(1-\alpha)}}{1 - \alpha}$$

$$\mu_t = 0,5 - \frac{0,5 - \mu}{1 + \phi} \quad G_t = \frac{E_t}{2(1 + \mu_t)}$$

- $E_t$  je časový operátor modulu pružnosti (Jeržanov)
- $G_t$  je časový operátor modulu pružnosti ve smyku  $\alpha$  a  $\delta$  jsou parametry plouživosti pro prachovec experimentálně stanovené na  $\alpha = 0,00947$  a  $\delta = 0,87255$

**Vějíř plouživosti**

- získáváme z měření tlakové nebo krutové zkoušky při různých velikostech  $\tau$
- **užití:** k stanovení ekvivalence chování modelu a skutečné horniny k určování reologických konstant strukturních modelů  
 mezní křivka  $\tau_{\text{krit}}$  - používaná pro stanovení dlouhodobé stability podzemních děl
- dlouhodobá pevnost  $\sigma_{d\infty} = \sigma_d \cdot k_z$  charakterizuje dlouhodobý relaxační proces hornin vystavených dlouhodobému zatížení.



Vějíř plouzivosti

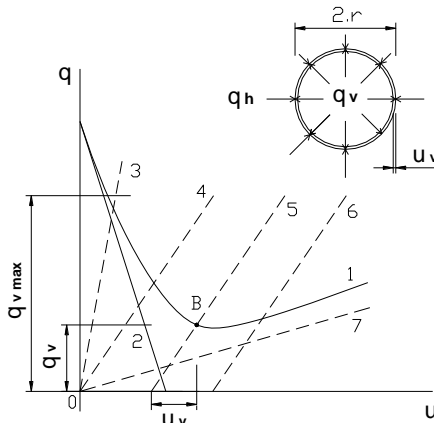
## 10.4. Teorie stability a zatížení výztuže

### Stabilita nevyztužených otvorů

- schopnost horniny nepřekročit požadované deformace
- musí být splněna podmínka stability  $\sigma_{max} \leq \sigma_d$
- splnění podmínky stability zajišťujeme:  
změnou napěťo-deformačního stavu prostředí vyztužováním  
dočasnou údržbou výrubu v mezích použitelnosti

### Stabilita vyztužených otvorů

- stabilitu zajišťuje ostění - výstupem jsou napětí a deformace ve výztuži
- stabilitu zajišťuje systém „hornina - výztuž“ - výstupem mohou být napětí a deformace výztuže i horninového prostředí



Princip dle Fenner-Pachera je stanovit ideální čas zabudování vhodné výztuže, kdy horninové prostředí přenechá největší zatížení - bod rovnováhy B



## 10.5. Zatížení výztuže

Stanovuje se z nejnepříznivějších kombinací

- |   |   |
|---|---|
| <b>stálého zatížení</b>                 | - tlak hornin a zemin<br>- vlastní tíha ostění<br>- přetížení budovami a stavebními objekty<br>- stálé předpětí ostění jako vnější síly |
| <b>nahodilého dlouhodobého zatížení</b> | - tlak podzemní vody<br>- technologická zatížení<br>- vlivy vyvolané užíváním<br>- dynamické vlivy periodického charakteru              |
| <b>nahodilého krátkodobého zatížení</b> | - doprava na povrchu<br>- zatížení vyvolaná výstavbou a užíváním díla<br>- zatížení teplotními vlivy<br>- technická seismicita          |
| <b>nahodilého mimořádného zatížení</b>  | - přirozená seismicita  |

### Výpočtové metody

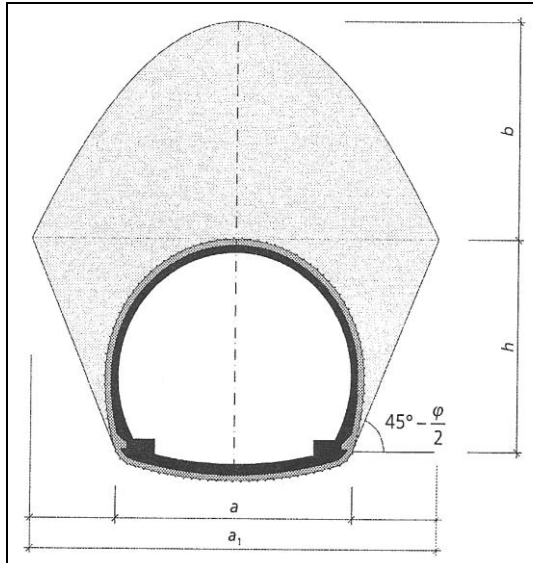
- **klasické teorie a hypotézy** (Terzaghi, Protodjakonov, Bierbaumer, atd.)  
nejjednodušší, zahrnující jen výpočty zatížení vyvolané masivem
- **experimentální s využitím fyzikálního modelování**  
sledování potřebných parametrů na zmenšeném modelu
- **empirické a inženýrské**  
využití klasifikačních systémů a poznatků z praxe
- **matematické modelování**  
komplexní moderní metody (MKP, metoda sítí, MHP, ...)
- **pravděpodobnostní metody**  
pravděpodobnost dosažení určití veličiny (Stochastické modelování)

### Hlavní kritéria ovlivňující volbu výpočtové metody:

- **neovlivnitelné** (hloubka díla, vlastnosti hornin a zemin, geologie a hydrogeologie, čas)
- **ovlivnitelné** (tvar a rozměry díla, typ výztuže, metoda a rychlost ražení a vyztužování)

### Příklady výpočtových metod - *teorie Protodjakonova*

- klenbová teorie
- podmínka dostatečné mocnosti nadloží
- neuvažuje spolupráci „hornina-výztuž“

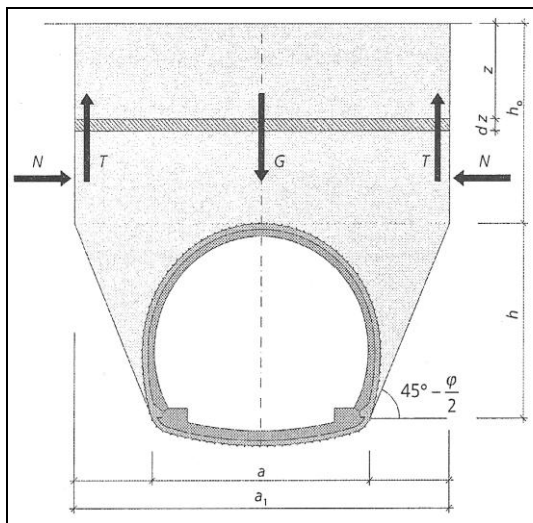


$$a_1 = a + 2 \cdot h \cdot \operatorname{tg}(45 - \varphi / 2) \quad b = \frac{a_1}{2 \cdot f_p} \quad \varphi = \operatorname{arctg}(f_p)$$

$$q_z = \gamma \cdot b \quad q_{x1} = \gamma \cdot b \cdot K_a \quad q_{x2} = \gamma \cdot (b + h) \cdot K_a$$

### Příklady výpočtových metod - *teorie Bierbaumera*

- pro případ, kdy se klenba nemůže vytvořit
- vznik tření stabilní a nestabilní části nadloží
- neuvažuje spolupráci „hornina-výztuž“



$$G(z) = \gamma \cdot z \cdot a_1 \quad T(z) = 2N \cdot \operatorname{tg}(\varphi) = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot z^2 \cdot K_a \cdot \operatorname{tg}(\varphi)$$

$$q(z) = \gamma \cdot a_1 \cdot z - \gamma \cdot z^2 \cdot K_a \cdot \operatorname{tg}(\varphi) \quad q_{\max} = \frac{\gamma \cdot a_1^2}{4 \cdot K_a \cdot \operatorname{tg}(\varphi)}$$

### Metoda konečných prvků

- matematická metoda, která plně využívá moderní výpočetní techniky, což klade vyšší nároky na zkušenost interpreta výstupů
- model se rozčlení na síť konečných prvků s materiálovými a geometrickými vlastnostmi, které se podle daných zákonitostí přetváří
- metoda umožňující řešit interakci systému „hornina-výztuž“
- výstupem mohou být napětí a deformace výztužných konstrukcí i samotného masivu, vnitřní síly ve výztuži, stabilní parametry atd.



evropský  
sociální  
fond v ČR



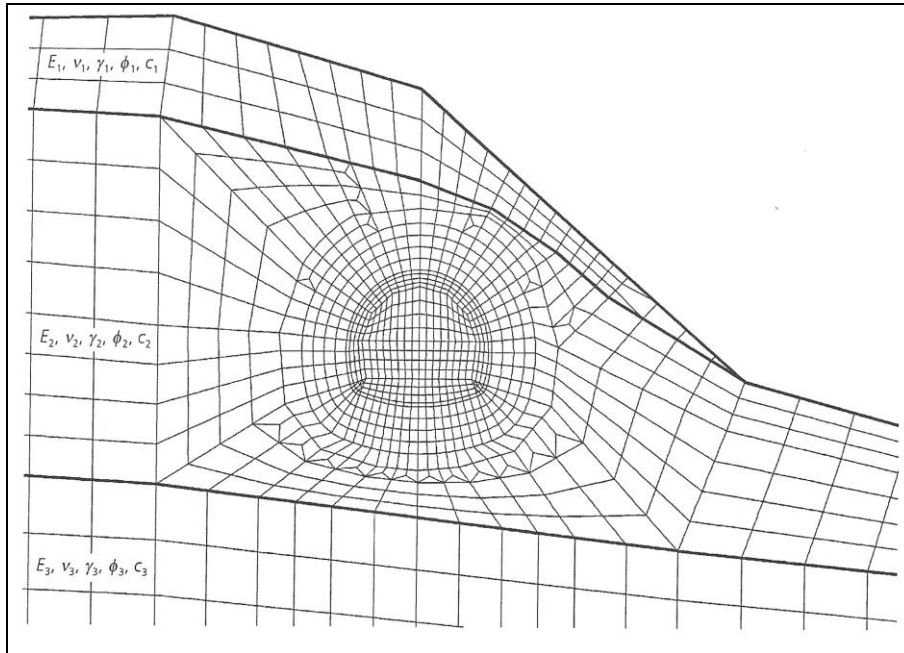
EVROPSKÁ UNIE

MINISTERSTVO ŠKOLSTVÍ,  
MLÁDEŽE A TĚLOVÝCHOVY



OP Vzdělávání  
pro konkurenceschopnost

INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ  
**Inovace studijního oboru Geotechnika**  
reg. č. CZ.1.07/2.2.00/28.0009



Výpočtový model MKP